



0 - zéró

Gondolkoztál már azon, mit is jelent az, „ha üres a zsebed”? Ha nulla forintod van... És mit jelent, ha a matekdolgozatban csak egy nullával írtál többet a végeredményként? Vagy ha a könyvelő egy nullával kevesebbet ír a számlára a megbeszélte összegnél? És mi a helyzet, ha a mérnök csak egy nullával többet ír le, amikor a folyón átívelő híd hosszát adja meg? És ha egy nullával kevesebbet...?

Pedig igazán „semmit sem ér ...”

Vagy sok mindent?

Hiszen a számegyenes beosztását a nullához mérhetjük!

Ha letörlesztettem a kölcsönömet, már 0 Ft-tal vagyok csak „adós”!

Az origó, a koordináta-rendszer kiindulópontja olyan pont, amelynek x és y (esetleg z) koordinátája is 0.

Indiából, ahol már ismerték a modern helyiértékes rendszert, valószínűleg egy Indiába küldött követ által, egy 773 körül vásárolt asztronómiai táblázat közvetítésével jutott el a rendszer az arabokhoz.

A helyiérték a tíz megfelelő hatványa. Például a 147 számban az 1 helyiértéke 100, a 4 helyiértéke 10 és az 7 helyiértéke 1. A nullával kiegészített tízes számrendszert Európában Fibonacci a *Liber Abaci* 1201-ben, Spanyolországban megjelent munkájában népszerűsítette.

Tudtad, hogy

- a nullát az ókori görögök és rómaiak nem ismerték?
- a maja naptár a 0. nappal kezdődik, ám a Gergely naptárban nincs nulladik év?
- a Maják számrendszerében szerepel a nulla, jelképe egy kagyló?
- a nulla páros szám?
- A nullának minden egész szám az osztója?
- a nulla a legkisebb természetes szám?
- A Lánchídnál áll Budapesten a 0 kilométerkő?
- a nulla „zéró” kifejezését Leonardo Fibonacci olasz kereskedő és matematikus vezette be?
- a nullvektor hossza nulla és iránya tetszőleges?
- a nullával való osztást nem értelmezzük?
- a fizikusok definiálták az úgynevezett abszolút nulla fokot?
- a háromszögnek nulla átlója van
- a 0-nak nincs ilyen normálalakja, minden más számnak van?
- a 0-ásvércsoportú ember mindenkinek adhat vért, de csak 0-ástól kaphat.

El tudnád képzelni a számolást 0 nélkül?

Játék:

Cél a zéró!

Kellékek: tábla, két pakli kártya (számok (1, 2, 3, ..., 10), műveleti jelek(+, +, -, -, x, x, ÷, ÷), 2-2 bábu játékosonként).

Keverjük meg külön-külön a két pakli kártyát és tegyük bele egy-egy zsákba. A játék kezdetén mindenki a tábla közepére teszi mindkét bábuját. Mindenki húz egyet a számkártyák közül. Aki a legnagyobb számot húzza, az kezd.

Minden körben húzni kell három számkártyát és két műveleti jel kártyát. Ezt követően egy percen belül ki kell rakni egy egyenlőséget a húzott kártyák segítségével. Nem kell felhasználni az összes kártyát. Zárójelet bárhová elhelyezhetünk.

Az eredménynek meg kell

egyeznie egy olyan számmal, ami valamelyik bábuval szomszédos mezőn helyezkedik el. A bábút erre a mezőre kell tenni. Ha nem sikerül ilyen eredményt kirakni, az éppen lépő bábuval a kiindulási mezőre kell állni. A kör végén minden kártyát vissza kell tenni a zsákokba. Egy körben legfeljebb egy bábuval lehet lépni. Ha valaki úgy dönt, hogy nem lép, passzolhat is, de a kártyákat ekkor is vissza kell tenni a helyükre. A bábuval csak vízszintesen vagy függőlegesen lehet lépni (átlósan nem), és csak üres mezőre. A győztes az lesz, aki elsőként eléri valamelyik 0 mezőt.

A játékon könnyíthetünk, ha több kártyát engedünk húzni, vagy ha egy körben többet engedünk lépni ugyanazon kártyák átrendezésével.

A játékot nehezíthetjük, ha passzolás esetén kártyáinkat át kell adni egy másik játékosnak, vagy ha mindenki csak egy bábuval játszik. (forrás: www.dr-mikes-math-games-for-kids.com)

0		96	95	94	93	92	91	90	0	
		68	67	66	65	64	63	62		
69	41	40	39	38	37	36	35	34	61	89
70	42	17	16	15	14	13	12	33	60	88
71	43	18	1	RAJT			11	32	59	87
72	44	19	2				10	31	58	86
73	45	20	3				9	30	57	85
74	46	21	4	5	6	7	8	29	56	84
75	47	22	23	24	25	26	27	28	55	83
0		48	49	50	51	52	53	54	0	
		76	77	78	79	80	81	82		

Kutatási feladatok:

0/ K1

Kik, és mikor használták először a nullát?

0/ K2

Mennyi az abszolút 0 fok? Miért érdekes ez a hőmérséklet?

0/ K3

Gondoljuk át, mi minden változna mindennapjainkban, ha nem használnánk a 0 számjegyet!

Feladatok:

Számolás_3_0 / 1

Melyik szám a legnagyobb az alábbiak közül?

- a) 2^0 b) 1^0 c) $0,1^0$ d) 100^0
e) $(-1)^0$

Számhalmazok_1_0 / 2

Melyik szám a legkisebb az alábbiak közül?

egymilliomod ; b) 0, 000 000 1; c) 0,000 000 010

Számhalmazok_1_0 / 3

Olvasd ki az alábbi számokat!

1 000 000,1; 0,000 101; 101 101 101, 101; 10 000 000, 000 000 01

Számolás_3_0 / 4

Melyik kifejezéseket nem értelmezzük a valós számok körében?

- a) $\sqrt{0}$ b) 0^0 c) $\frac{1}{0}$ d) 0^1
e) $0!$

Számolás_3_0 / 5

Hány nullára végződnek az alábbi számok?

- a) $25!$ b) $4!$; c) $100!$

Számhalmazok_1_0/6

Hány nullára végződnek az alábbi számok?

- a) egy milliárd; b) százmillió; c) egy billió;
d) 1 [googol](#)

Számolás_2_0/7

Tegyé ki műveleti jeleket az alábbi számok közé (a számok sorrendjét nem változtathatod meg!) úgy, hogy az eredmény nulla legyen!

- a) 1 2 3 4 5 6 b) 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Számolás_2_0/8

Elő lehet állítani 5 darab 2-es számjegyből a nullát?

Halmazok _1_0/9

Mely jelölések egyenértékűek?

- a) $\{0\}$ b) $\{ \}$ c) $\{ \{ \}$ d) $\{\emptyset\}$
e) $\emptyset$

Mérés_1_0/10

Hány milliméter?

- a) egy kilométer b) másfél kilométer
c) ezer deciméter

Számhalmazok _1_0/11

- a) Hány eleme van az üres halmaznak?
a) Hány darab kétjegyű páros prímszám létezik?
b) Melyik szám áll a számegyenes „közepén”?
c) Hány fokos a szöget zárnak be egymással a párhuzamos egyenesek?
d) Hány valós megoldása van az $x^2 = -1$ egyenletnek?
e) Mennyi a koordinátarendszerben levő y tengely pontjainak első koordinátája?

Megoldások:

1.) Mindegyik szám 1-et ér.

2.) b) 0, 000 000 1

4.) a) $\sqrt{0}=0$; b) 0^0 - nem értelmezzük!; c) $\frac{1}{0}$ - nem értelmezzük!; d) $0^1=0$; e) $0!=1$;

6.) a) egy milliárd - 10^9 - 9 db 0-ra végződik; b) százmillió – 8 db nullára végződik; c) egy billió - 12 db nullára végződik; 10^{12} ; d) 10^{100} – 100 db nullára végződik

7.) Pl.:

$$(12-3*4)*5*6*7 = 0$$

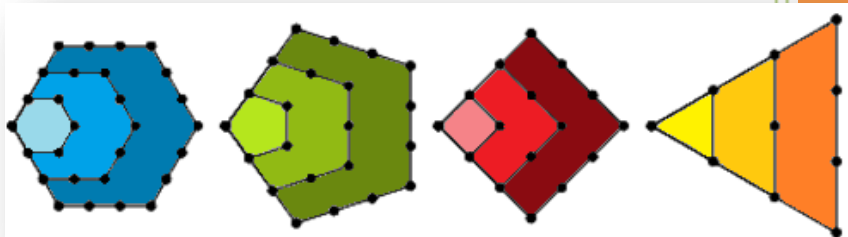
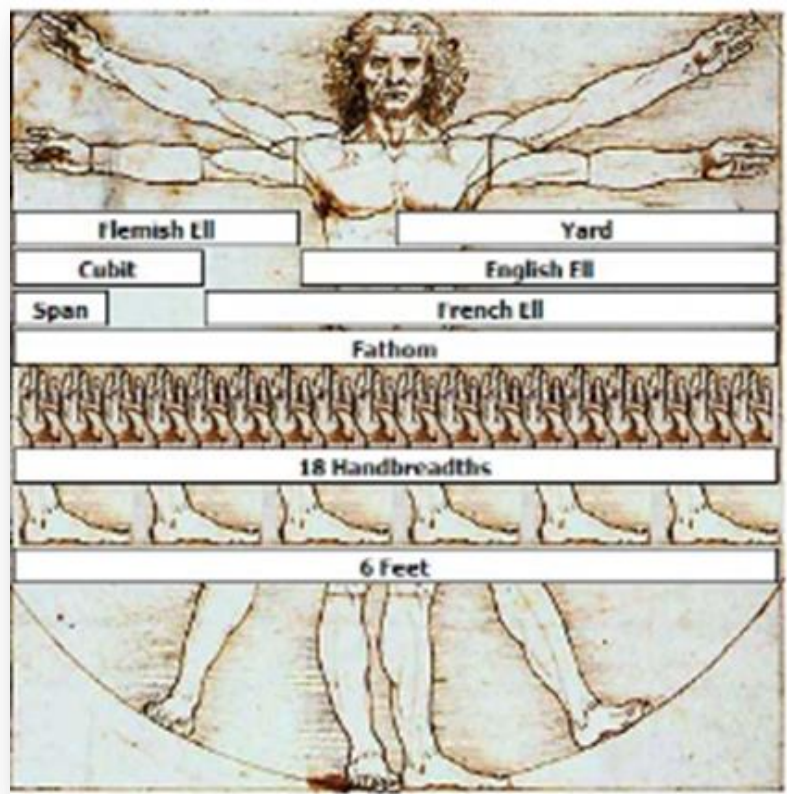
$$(12-3*4)*5*6*7*8*9 = 0$$

$$(12-3*4)*(5+6+7) = 0$$

8.) pl. $(2-2)^{222} = 0^{222} = 0$; vagy $(22-22)^2 = 0^2 = 0$

9.) b – d; c – e

11.) Minden kérdésre 0 válasz.



I. Számok



- I. Minden végtelen menetnek megvan az első lépése. (Kínai közmondás)
- II. Induljunk el a számegyenesen! Első lépés legyen 0-tól az 1-hez. Ez az egy egység.
- III. Az egy kicsi szám..., de sok kicsi sokra megy!
- IV. Az 1 nélkülözhetetlen a mérések során. A megméréndő dolog mindig valaminek az **egységgel** történő összehasonlítása. A hosszúság egysége az 1 méter, a tömegé az 1 kilogramm, az időé az 1 másodperc. Ez nem volt mindig így. Ha csak a hosszúságmérést tekintjük, akkor is rengeteg „hosszúságegységet” találunk térben és időben kalandozva. A teljesség igénye nélkül tekintsünk meg néhányat:
- V. **Görög** hosszsmértékek: 1 olimpiai stadion 192 m;
- VI. **Római** hosszsmértékek: 1 digitus (ujj) 0,0185 m; 1 gradus (lépés) 0,739 m; 1 passus (kettős lépés) 1,479 m;
- VII. **Hazai** hosszsmértékek: 1 királyi láb: 31,26 cm; 1 magyar rőf 62,2 cm; 1 magyar mérföld 8353,6 m
- VIII. **Angolszász** mértékegységek: 1 yard 91,44 cm; 1 angol mérföld 1609,3 m
- IX. Ha elkészítünk egy egység oldalhosszúságú négyzetet, akkor annak a területe egy területegységnyi lesz. (Pl. az 1 m oldalhosszúságú négyzet területe 1m^2 .) Vajon innen ered a négyzetszám elnevezés?
- X. És ha négyzetszám van, akkor van háromszögszám is? Nézzünk utána!
- XI. „Számok uralják a világot.” - vallotta *Püthagorasz*.
- XII.
- XIII. Ő és követői, a Püthagoreusok vették észre, hogy a számokat kavicsokkal vagy magokkal szemléltetni tudják.
- XIV. Püthagorasz hozta talán először kapcsolatba a geometriát és az algebrát. Definíált három-, négy-, öt- és hatszögszámokat aszerint, hogy az adott kavicsokat milyen szabályos sokszög-alakban lehet egyenlő távolságban lerakott kavicsból megformálni.

A



10-es szám például *háromszög alakba* rendezhető,

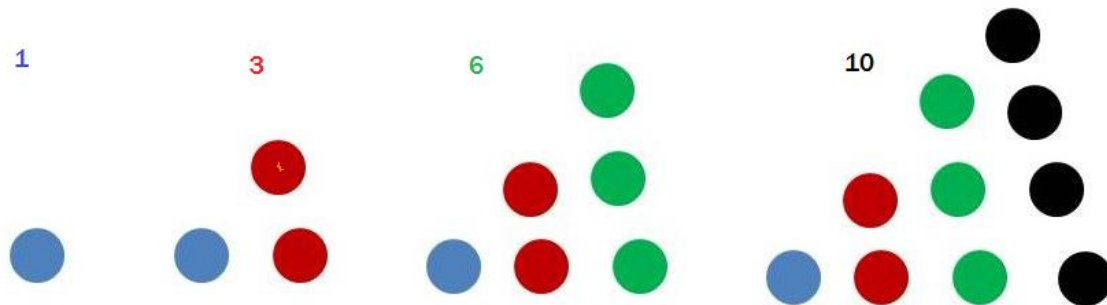
o
o o
o o o
o o o o

de ilyen háromszög alakú elrendezést a 9-esből létrehozni nem lehet. Viszont a 9-et 3 sorba és 3 oszlopba, vagyis *négyzet alakba* tudjuk rendezni,

o o o
o o o
o o o

ezért a 9-re azt mondhatjuk, hogy ez *négyzetszám*!

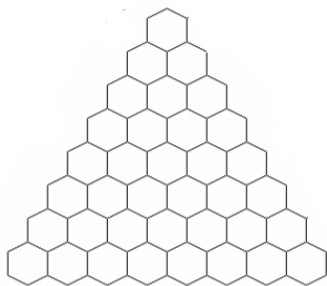
Háromszögszámoknak nevezik a [matematikában](#) azokat a számokat, amelyek előállnak az első valahány egymást követő [természetes szám összegeként](#). Kavicsokkal szabályos [háromszög](#) alakba rendezhetőek:



Számhalmazok_1_ Matematikatörténet /

I.a Folytasd a sort!

Játék:

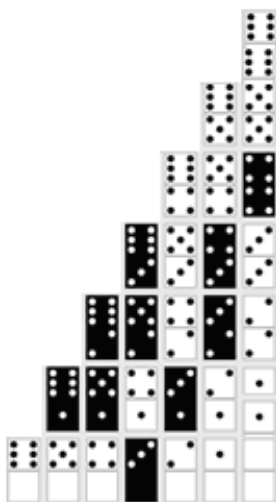


Farakás – játék

Mindkét játékos 6 db semleges és 12 db saját színű bábuval / gyönggyel rendelkezik, amelyek közül tetszés szerint választva egyet – egyet rakhat a táblára úgy, mintha fahasábokat halmoznanak egymásra, alulról felfelé. Az nyer, aki hosszabb összefüggő kígyóvonalat tud saját bábuiból kialakítani.

A játék rómi kártyával is kivitelezhető, az egyik játékosé 12 piros, a másiké 12 fekete lap, valamint 6-6 hátoldalával felfelé fordított ún. semleges lap.

Dominó

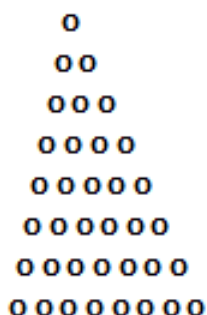


A dominó világszerte kedvelt játék. Bosszantó, ha elvesznek a darabjai! Hogyan határozhatjuk meg legegyszerűbben, melyik kövek hiányoznak?
Rakjuk őket az ábrának megfelelően rendbe! (Nekünk most a feketével jelölteket kellett pótolnunk...)
Érdeemes egy pillantást vetni arra is, hány darab van egy – egy sorban!

Számhalmazok_1_
Matematikatörténet / I.b

Léteznek- e vajon olyan számok, amelyeket *háromszög alakba és négyzet alakba is* elrendezhetünk?

Igen, pl. a 36 háromszögszám és négyzetszám is egyszerre!



$$1+2+3+4+5+6+7+8 = 36 \quad \text{és} \quad 6 * 6 = 6^2 = 36$$

A püthagoreusok voltak a *prímszámok* első módszeres tanulmányozói.

Ők lineárisnak nevezték azokat a kavicsmennyiségeket, amelyeket kizárólag egy szakasz mentén tudtak lerakni – ezeket a számokat nevezzük ma prímeknek.

**	***	*****	*****
2	3	5	7

És mi a helyzet, ha csupán egy kavicsunk van?

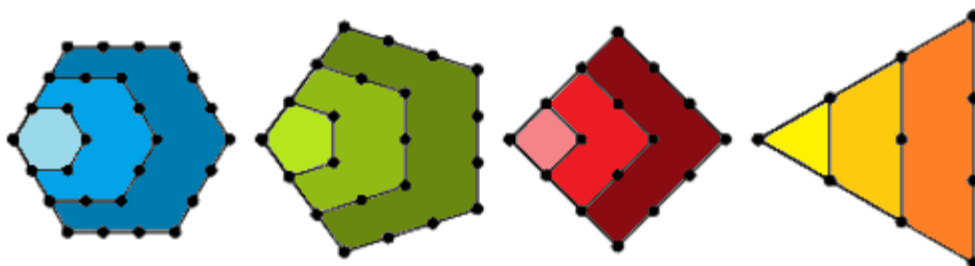
0

1

Az 1 nem prímszám és nem is összetett szám, hanem egy **egység**.

Megállapodás szerint az 1 az első sokszögszám bármelyik sokszögre nézve.

Sokszögszámoknak az olyan természetes számokat nevezzük, amelyek, pl. pontokból kirakva, szabályos sokszög alakba rendezhetők

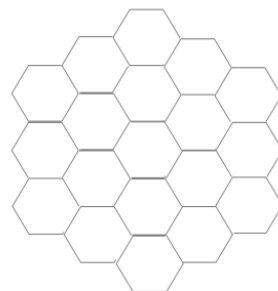


SAVARIA MOZAIK

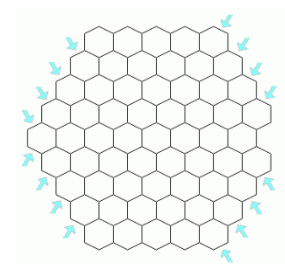
Játék két személy részére.

Kellékek: hatszögletű mozaik-lapocskák, kétféle színben; játéktábla hatszögletű mezőkkel

Két játékos felváltva rak, teljesen tetszőlegesen, de azonnal veszít az, aki a már korább letett saját mozaikja mellé rak egy újat!



Hex-amőba



Kívülről, rácsirányban „gurítják be” ütközésig (vonallal vagy már lerakott bábuval ütközhet) a bábuikat a játékosok.

Hatszöges táblán megpróbálható hármásban is.

A lépéseket úgy kell elképzelni, hogy a tábla négy, nyilakkal jelölt oldalának bármelyikéről kívülről betett bábu a másik irányba ütközésig elmozogva találja meg helyét, a töltögetés lehetőségei lépésről lépésre - a már táblára lerakott bábuktól függnék. A játékosok célja saját bábuikból "libasorban" 4 db elhelyezése.

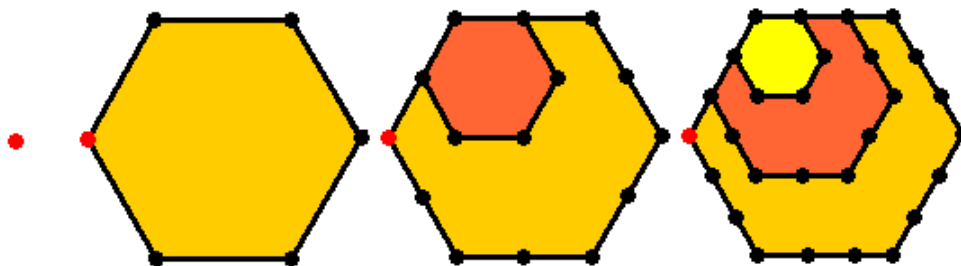
(Hasonló játékokat találunk a Táblajátékos internetes oldalán:

<http://www.jatektan.hu/jatektan/uj2001/main1.html>

http://www.jatektan.hu/jatektan/____2012_006/pap17.pdf

Hatszögszámok

Az alábbi alakzatba rajzolható számokat nevezzük hatszögszámoknak:



A hatszögszámokat úgy kapjuk meg, hogy felvesszük a két oldalegyenesen és három átlóegyenesen, (a rögzített egyeneseken) az új csúcspontokat, és a keletkező négy oldal köztes pontjait kitöltjük úgy, hogy mindegyik eggyel több pontot tartalmazzon, mint az előző hatszög oldalai.

Az első hat hatszögszám a következő lesz:

1

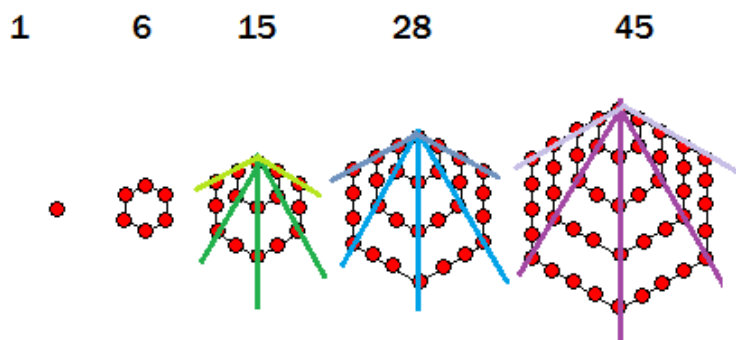
$$6 = 1 + 5 + 4 \cdot 0 = 1 + 5$$

$$15 = 6 + 5 + 4 \cdot 1 = 6 + 9$$

$$28 = 15 + 5 + 4 \cdot 2 = 15 + 13$$

$$45 = 28 + 5 + 4 \cdot 3 = 28 + 17$$

$$66 = 45 + 5 + 4 \cdot 4 = 45 + 21$$



Számhalmazok_1_c

Folytasd tovább a rajzsorozatot!

Matematikatörténet / I.

Diótorony

Ehhez a játékhoz szabad térre és sok dióra van szükség.

A földre rajzolunk egy hatalmas T betűt, keresztvonalára egy lépés hosszú, szára pedig legalább tíz lépésnyi legyen. A rövidebbik vonal az alapvonal, onnan céloznak a játékosok, a hosszabbikra pedig öt-hat diótoronyt telepítünk, egymástól legalább egy lépés távolságra.

Egy diótorony négy dióból áll. A tornyot úgy kell felépíteni, hogy a hosszabbik vonalra háromszög alakban szorosan egymás mellé teszünk három diót, s a negyediket rárakjuk föléjük.

Minden játékos kap öt diót, és felváltva dobnak célba a tornyocskákra. Aki eltalál egy tornyot, s a torony diói szétgurulnak, az fölveszi a négy, tornyot alkotó diót, valamint azt, amelyikkel

eltalálta a többbit. Ha nem talált, a saját diója is a földön marad. Az nyer, akinek az utolsó kör végén a legtöbb dió van a kezében.

Tetraéderszámok

Az első tetraéderszámot egy darab dió jelenti. A másodikat a játékban szereplő „diótorony”. Hány dióból lehet felépíteni a következőt?

A tökéletes szám fogalma is a püthagoreusoktól származik.

Azokat a számokat nevezzük tökéletes számoknak, melyek egyenlők az önmaguktól különböző osztóiik összegével. Pithagorasz és követői ismerték az első négy tökéletes számot! Ezek között a legkisebb a 6, mert az önmagánál kisebb osztói az 1, 2, 3 és valóban $1+2+3=6$, mivel az 1-et nem szokták a tökéletes számok közé sorolni.

Páratlan tökéletes számot nem ismerünk.

A tökéletes számok a következők: 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, ...

I.e. az V. században a püthagoreusoknál találkozunk először a baráti számok elnevezéssel. A baráti számok között az egyik szám önmagánál kisebb osztóinak összege, egyenlő a másik számmal, és viszont.) A püthagoreusok a 220 és 284 baráti számpárt ismerték. Számmisztikájukban ez a számpár a barátság szimbóluma. Az ilyen számoknak különleges jelentőséget tulajdonítottak. Püthagorasz szerint a barát: egy másik én, mint a 220 és a 284.

E számpárhoz a keleti világban az alábbi történet kötődik:

Élt egyszer egy szultán, aki nagy feladatmegoldó hírében állt. Egy nap katonái a háborúban foglyul ejtettek egy távoli országból származó kiváló matematikust. A szultán másnap börtönében meglátogatta a tudóst, és ezt az ajánlatot tette neki: „Életed végéig itt fogsz raboskodni, hacsak fel nem adsz nekem egy nehéz példát. Ameddig gondolkozom rajta, szabadon járhatsz-kelhetsz, ám ha megoldottam a rejtélyt, a fejedet vétetem.” A matematikus nem sokat gondolkodott, ezt mondta: „A 220 önmagánál kisebb osztóinak összege 284, a 284 önmagánál kisebb osztóinak összege 220. Találj még egy ilyen számpárt, ó, szultán!” A tudós a legenda szerint végül öregkori végelgyengülésben halt meg, a szultán nem tudott előállítani egy új barátságos számpárt.

Kutatási feladat:

Gondolatindító:

<http://www.hit.bme.hu/~papay/edu/KommTech/Alapegysegek.pdf>

Feladatok:

Számhalmazok _ 1 I/1

Miért nem tekintik a modern definíciók az egyet prímszámnak?

Algebra_ 2 _
Matematikatörténet I/2

Próbáld ki két pár háromszög szám esetén is, az alábbi állítást:
két egymás utáni háromszög szám összege négyzetszám.
Próbáld meg általánosan is igazolni az állítást!

Algebra_ 3 _
Matematikatörténet I/3

Próbáld ki két páros tökéletes szám esetén az alábbi állítást:
minden páros tökéletes szám háromszög szám.

Algebra_ 6 _
Matematikatörténet I/4

Próbáld ki három szám esetén az alábbi állítást:
az n -edik háromszög szám: $n(n+1)/2$. Esetleg igazolni is tudod?

Algebra_ 4 _
Matematikatörténet I/5

Vizsgáld meg, mennyi az egymást követő négyzetszámok közti
különbség! Hogyan következik ez az alakzatokból?

Algebra_ 4 _
Matematikatörténet I/6

Bontsd fel a 220-at és a 284-et prímtényezőkre! Írd fel és add
össze a 220 és a 284 önmaguknál kisebb osztóinak összegét! Mit
tapasztalsz?

Algebra_ 2 _
Matematikatörténet I/7

Az ötszög számokat az alábbi képlet segítségével határozhatjuk
meg: $\frac{1}{2}n(3n-1)$. Számold ki és rajzold meg az első 5
ötszög számot!

Algebra_ 2 _
Matematikatörténet I/8

Ellenőrizd a következő képlet segítségével, hogy mennyi a 6.
hatszög szám: $n=6$ esetén $\frac{1}{2}n(4n-2)$.

szám neve						
háromszögszám	1	3	6	10	15	21
szomszédok különbsége						
különbségek különbsége						
négyzetszám	1	4	9	16	25	36
szomszédok különbsége						
különbségek különbsége						
ötszögszám	1	5	12	22	35	51
szomszédok különbsége						
különbségek különbsége						
hatszögszám	1	6	15	28	45	66
szomszédok különbsége						
különbségek különbsége						

Írjuk fel a figurális számokat, majd alá írjuk a szomszédok különbségét, végül azok alá a különbségek különbségét:

Ki lehet-e ezen táblázat alapján a számok kirakása nélkül találni, hogy melyek az ún. hétszögszámok?

**Mérés _ 2 _
Matematika-
történet I/11**

Hány magyar rőf annak a négyzetnek a kerülete, aminek oldalai 3 passus hosszúak?

**Mérés _ 2 _
Matematika-
történet I/12**

A maratoni táv hossza 42195 m. Ez hosszabb, mint az Athén és Marathón közötti távolság, amit a legenda szerint az ókori hírvivő megtett. Az eredeti távolságot sokáig nem mérték le pontosan, a versenyek távja 40 km körül volt. Az 1908-as londoni olimpián kellett 42195 m-t megtenniük a futóknak, ugyanis az olimpiai stadion 42 km távolságra volt a Windsori kastélytól. A királynő óhajára, miszerint a cél a királyi páholy előtt legyen, még 195 méterrel megnövelték a távot. 1921 óta ez a hivatalos maratoni táv. Hány ógörög stadion ez? Az 1908-as olimpiát egy amerikai futó nyerte 2:55:19 eredménnyel. Mekkora volt az átlagsebessége?

A napjainkban számos stopperóra között van olyan, amelyik 10, 50, 100, stb. részidő tárolására alkalmas. Találunk köztük olyat, amelynél ez az érték 27. Miért pont ennyi?

Megoldások

- 1.) Ha az egyet prímszámnak tekintenénk, akkor ez gondot okozna a számelmélet alaptételénél, valamint az egynek nincs pontosan két osztója!
- 2.) pl.: $10 + 15 = 25 = 5^2$, vagy $36 + 45 = 81 = 9^2$

$$n(n+1)/2 + (n-1)n/2 = n^2$$

- 3.) $6 = 1+2+3$; $28 = 1+2+3+4+5+6+7$

4.) pl.: $1 * (1+1)/2 = 1$; $2 * (2+1)/2 = 3$; $3 * (3+1)/2 = 6$;

5.) 1; 4; 9; 16; 25... a különbségek: 3; 5; 7; 9... egymást követő páratlan számok

6.) 220 osztóinak összege: $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$

284 osztóinak összege: $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$.

7.) 1, 5, 12, 22, 35

8.) 66

9.) Az egyből indulunk ki, mint mindig, a második szám pedig a hétszögszámok esetében nyilván a hét.

Köztük a különbség hat.

Mivel látjuk, hogy háromszögszámok esetében a szomszédos elemek közti különbség eggyel nőtt, négyzetszámok esetében kettővel, az ötszögszámoknál hárommal, a hatszögszámoknál négygyel, ebből könnyen lehet következtetni, hogy a hétszögszámok esetében a különbség öttel fog nőni.

A második és harmadik elem közti különbség ezek szerint $6+5 = 11$ lesz. Ebből következik, hogy a harmadik hétszögszám a 18. Tovább folytatva kiszámolhatóak a következő hétszögszámok is:

1	7	18	34	56	82	stb.
6	11	16	21	26		
5	5	5	5			

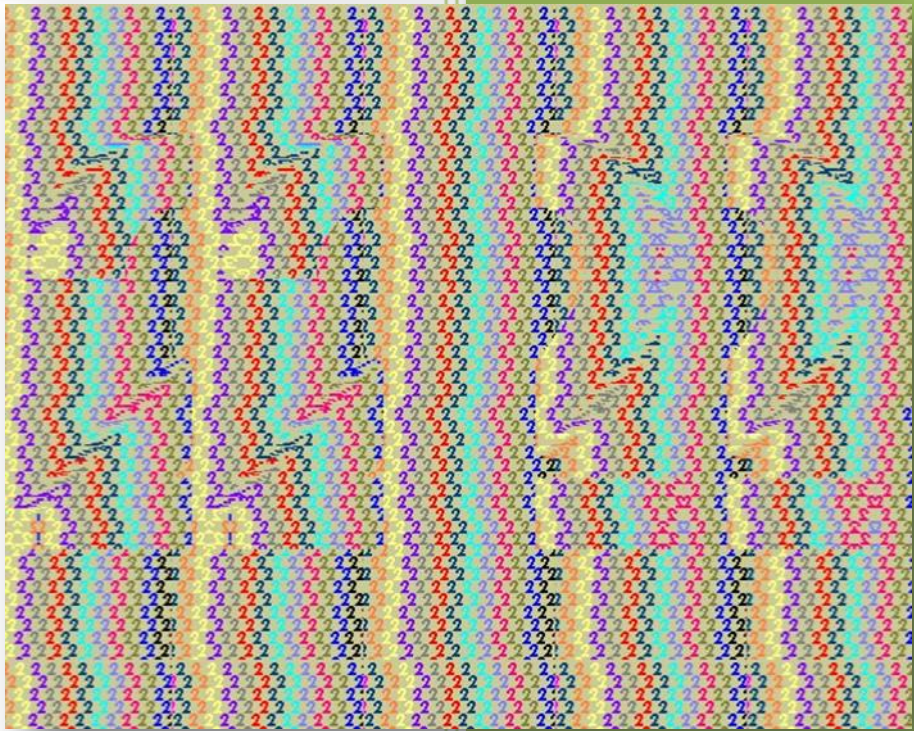
10.) $27750 : 8353,6 \approx 3,32$

11.) $4 \cdot 3 \cdot 147,9 : 62,2 \approx 28,53$

12.) $42195 : 184,97 \approx 228,1$

$42,195 \text{ km} : 2,92 \text{ h} \approx 14,45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Mert a maratoni táv kb. 26,2 mérföld, így minden megtett mérföld idejét tárolni lehet vele. (Számos országban a kilométer helyett mérfölddel számolnak.)



II. párosító

Játékok:

TRIOMINO

A matematikában (is) rengeteg olyan fogalom van, amelyben párokat találunk: osztópárokat, az egyenletek bal és jobb oldalát, ellentétpárokat, tükörkéneket...

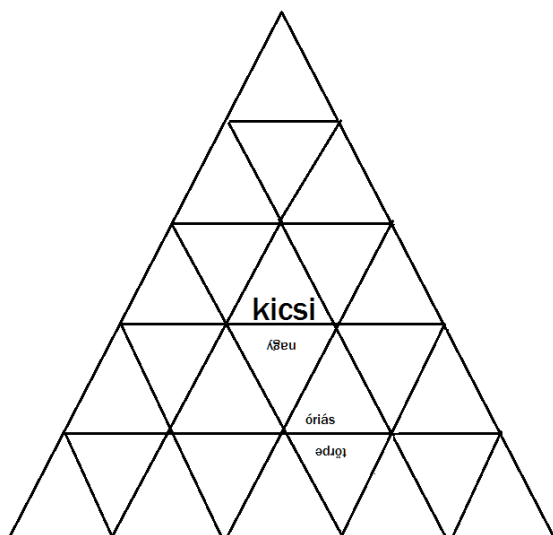
Írjuk a szabályos háromszög alakú triominó-kártyák széleire fel az alábbi ellentétpárokat:

nagy – kicsi; magas - alacsony; tűz – víz, szelíd-vad ; bent-kint; vonz-taszít; lusta-dolgos; férfi – nő; fiú- lány; jó-rossz; lassú-gyors; piszkos – tiszta; össze-vissza; hosszú-rövid; völgy – hegy; könnyű – nehéz; fiatal – öreg; sok – kevés; vizes – száraz; kellemetlen – kellemes; álmos – éber; bátor – gyáva; óriás – törpe; tele – üres; sós- sótlan; áll-ül; hegyes – tompa; hátra – előre; sötét – világos; egész – rész; vidám – szomorú; éjszaka – nappal; öröm – bánat; szép – csúnya; felül – alul; halk – hangos; fekete - fehér; tél – nyár;

A legegyszerűbb, ha úgy készítjük el a kártyákat, hogy egy szabályos háromszöget kis szabályos háromszögekre bontunk és a háromszögek találkozásaihoz két oldalról beírjuk az ellentétpár tagjait. Az oldalsó egyedüli élek mellé lehet pár nélküli szavakat írni, vagy érdekes az az eset is, ha egyes szereplő kifejezések szinonimáit írjuk be.

Ezután daraboljuk fel kis háromszögekre a nagyot és kezdődhet a játék:

Tegyük írással lefelé az asztalra a kártyákat! Egyet fordítsunk fel és tegyük az asztal közepére! Ezután a játékosok felváltva következnek. Első körben húznak egy lapot, s ha tudják, odaillesztik a lapjukat a felfordított (és egymáshoz már odaillesztett) kártyák mellé.



Ha nem tudják letenni, akkor maguknál tartják. A további körökben, ha van a kezükben megfelelő lap, akkor nem kell újat húzniuk, csak le kell tenniük az ellentétpár mellé. Addig húznak lapot, amíg tart a készlet. Amikor elfogyott, akkor sorban a kezükben levő lapokat próbálják egyik oldalukkal egy – egy ellentétpárhoz illeszteni, ha nem sikerül, akkor passzolnak.

Az győz, akinek elsőként elfogynak a lapok a kezéből. Ha marad mindenkinek lap, de letenni már senki sem tud, akkor az lesz a győztes, akinek a legkevesebb lap maradt a kezében.

Egyensúlyozó tornyok

- a) Az asztalra elhelyezett 3 félgömbre az asztalra halmozott idomokat kell feltenni úgy, hogy amíg lehet, ne dőljön le.

A játékosok egymás után dobnak a színes kockával. A kockával dobott szín határozza meg, hogy milyen színű félgömbre tehetünk fel egy újabb kis hengert, (pontosabban az arra már korábban elhelyezett kis hengerekre kell tovább újabbakat pakolni) .



Így idővel három roskatag torony meredezik az égnek... Akinél ledől a torony, kiesik a játékból.

- b) Az asztalra elhelyezett félgömbre az asztalra halmozott idomokat kell feltenni úgy, hogy amíg lehet, ne dőljön le.

A játékosok egymás után dobnak a színes kockával. A kockával dobott szín határozza meg, hogy milyen színű elemet tehetünk a félgömbre, illetve az arra már korábban elhelyezett idomokra.

Így idővel egy roskatag torony meredezik az égnek... Akinél ledől a torony, kiesik a játékból.



Tartsd egyensúlyban!



Játékosok száma: 2 – 6

Kellékek 1 db pontozott játékmező, amorf alakú, közepén lyukas tábla
 10 db fehér bábu
 40 db piros bábu
 egy nem átlátszó kis zsák
 1 db műanyag ék

A játék célja: a bábuk ügyes elhelyezésével minél gyorsabban összegyűjteni 21 pontot!

A játék kezdete: Minden játék elején a játékosok elhelyezik a lyukas játékmezőt nyílásával az ékre és egyenesbe állítják. Minden piros és fehér bábút a tasakba tesznek és összerázzák. Az ékre állított (billegő) játékmezőre rakják a játékosok a bábukat úgy, hogy minél több fent tudjon rajta maradni!

A legidősebb játékos kezd, a többiek az óra járásával megegyező irányban következnek. A játékos mindig egy bábút húz a tasakból és megpróbálja elhelyezni a játékmező legideálisabb pontján. A játékosnak mindig olyan helyre kell elhelyezni a bábuját, hogy minél több pontot érjen el úgy, hogy a bábu (bábuk) nem esik le. Amennyiben egyik bábu sem esik le, a játékos beírja az összesítő táblázatba az elért pontokat. Ha a bábu (bábuk) leesik, úgy a játékosnak -10 büntető pontot kell beírni. Ha bábút úgy helyezünk el, hogy két különböző pontértékű sávot is érint, úgy a kisebb értéket kell beírni.

Taktika: Ha a játékos fehér figurát húz, eldöntheti, hogy azonnal felhasználja, vagy csak a következő húzásnál. Ha úgy dönt, hogy csak a következő húzásnál használja fel fehér bábuját, úgy a bábút magánál hagyja és a játékot a következő játékos folytatja. A játékos, aki megtartotta a bábút, mikor újra sorra kerül, először húz egy újabb bábút, majd a kettőt egyszerre próbálja a táblán elhelyezni. Így a játékos több pontot szerezhet. Az a játékos, aki elsőként éri el a 21 pontot, ő lesz az adott kör győztese.

Kényes egyensúly

Álljunk fel a teremben a lehető legnagyobb körbe! Ez a kör határolja azt a képzeletbeli erős körlapot, amely alá gondolatba középre egy kisebb félgömböt helyezünk. Ezen a képzeletbeli, billegő körlapon kell egyensúlyoznia a társaságnak úgy, hogy közben ide-oda mozognia kell

mindenkinek, figyelve a többiekre, ki hol van, ki hol jár... megtartva a „körlapunk” egyensúlyát.

Egy egyenlet megoldásánál is kényesen figyelünk kell az egyensúlyra, akár csak ebben a játékban!

Egyensúly keresése

Nyújtsd ki a két kezéd előre, nyújtsd ki a két mutatóujjadat. Fektesd rá a partvist. Közelítsd az ujjaidat egymás felé.

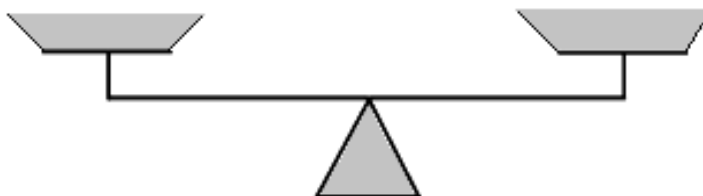
Keressük meg a partvis tömegközéppontját!



A mérlegelv

Képzeljük el, hogy van két egyforma, üres, nem átlátszó kis ládánk és sok egyforma érménk. Anna néhány érmét beletesz az egyik még üres ládába, és felteszi a kérdést, hogy vajon hány érme van a dobozban? Ám a ládát kinyitni nem engedi!

Ha van egy kétkarú mérlegünk, akkor egyszerű a megoldás!

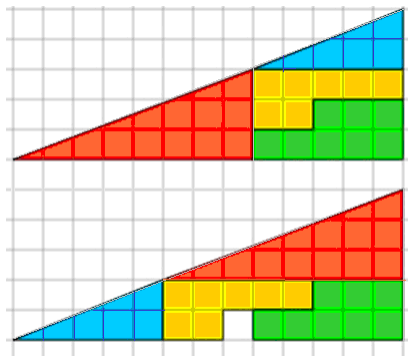


Rátesszük az egyik mérlegserpenyőre az érmékkel teli ládát, (ekkor lebillen a mérlegünk) majd a másik serpenyőre feltesszük az üreset. Rakjuk bele egyesével az érméket az üresbe mindaddig, míg a mérleg egyensúlyba nem kerül.

Az egyenletek megoldása során arra kell ügyelni, hogy ezt az egyensúlyt fel ne billentsük!

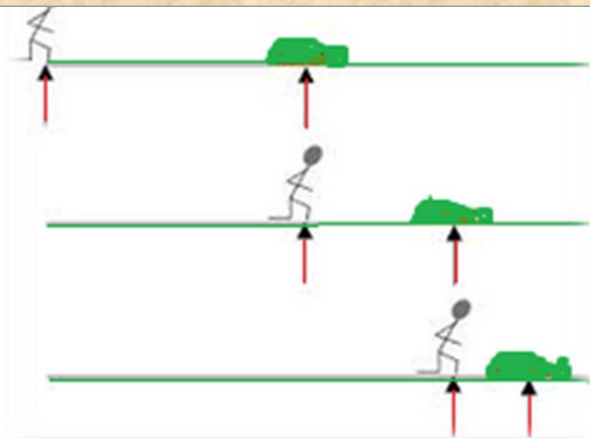
Kutatási feladatok:

Gondolatindító képek:



II/ K1

A világban léteznek ellentétek és látszólagos ellentétek, ún. paradoxonok. Nézz utána, milyen matematikai paradoxonok léteznek?



II/K2

Rodolfo és a bináris kód – Fedezd fel, hogyan alkalmazta Rodolfo, a bűvész a kettes számrendszert!

Feladatok:

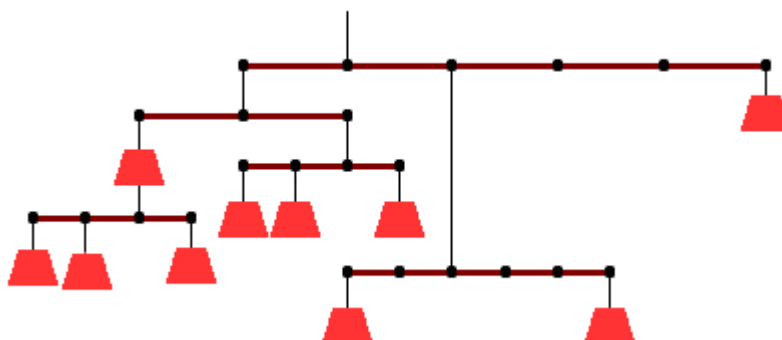
Mennyiségek és műveletek

4 II/1.)

Egyensúly

A képen látható súlyok 1, 2, ..., 10 egységnyit nyomnak, és minden mérleg egyensúlyban van.

Mennyi az egyes súlyok tömege?



Mennyiségek és műveletek

4 II/2.)

A nyolc tantusz problémája

Van nyolc darab - ránézésre azonos – tantuszunk (régi, telefonáláshoz)

használható érménk), de az egyik könnyebb a többinél. Rendelkezésünkre áll egy kétkarú mérleg, de csak kétszer szabad mérni! Hogyan lehet két mérésből megtalálni a könnyebb tantuszt?

(A kétkarú mérleg közepén van felfüggesztve, billenésével jelzi, melyik oldalra helyeztünk több (nehezebb) súlyt.)

**Mennyiségek
és műveletek
4 II/3.)**

Kétkarú mérleg – idomokkal

Marcsi szüleinek játékboltja van. A kislány egyik délutánját a boltban töltötte és a kétkarú mérleggel játszott. Kirakott a mérleg mellé hat egyforma labdát, négy egyforma kisautót, három egyforma építőkockát és két egyforma Barbie-babát. Ezeket a játékszereket pakolta a mérleg serpenyőibe, s próbálta velük kiegyensúlyozni a mérleget.

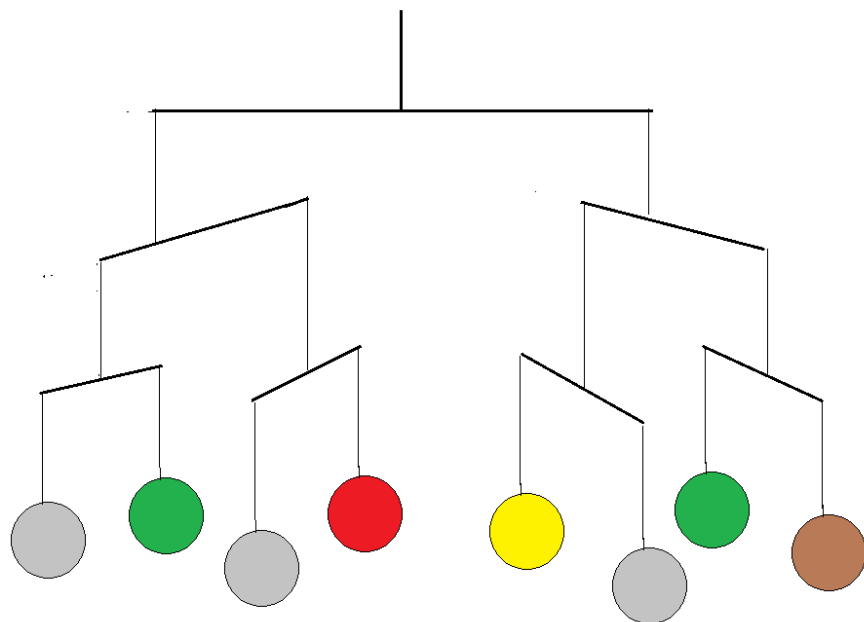
Először azt tapasztalta, hogy két Barbie-baba és egy labda tart egyensúlyt három építőkockával és két kisautóval.

Másik alkalommal hat labdát tett az egyik serpenyőbe, a másikba pedig egy építőkockát, egy kisautót és egy Barbie-t. A mérleg egyensúlyban volt ekkor is.

Harmadszor úgy került egyensúlyba a mérleg, hogy a bal oldali serpenyőben egy Barbie csücsült s mellette egy kisautó volt, a jobb oldali serpenyőben pedig két labda mellé egy építőkocka került.

Mivel lehet kiegyensúlyozni négy kisautót?

**Mennyiségek
és műveletek
4 II/4.)**



A rajzon látható mérleg egyensúlyban van. A különböző színű testek

különböző tömegeket jelölnek, van ezek között 1,2,3,4 és 5kg-os. Melyik szín mennyit jelent?

**Mennyiségek
és műveletek**

4 II/5.)

Macskafarm

Egy asszony macskákat tart. Vannak nála kicsik és nagyok. A kicsik egymásra annyira hasonlítanak, hogy meg sem tudja őket különböztetni! De hasonló a helyzet a nagyok esetében is, azok is teljesen egyformák. Egyszer arra gondolt, jó lenne tudni, mennyivel nagyobb a nagy, mint a kicsi cica! De egy macska sosem maradt meg a mérlegen, mindig leugrott! Hát gondolt egyet, s több macskát is felpakolt a mérlege bal serpenyőjébe. Így azt tapasztalta, ha négy nagy macska mellé három kicsi került a mérleg egyik oldalára, akkor a mérleget 37 fonttal tudta kiegyensúlyozni, ám ha a bal oldalra három nagyot és négy kicsi macskát rakott, akkor 33 fonttal került egyensúlyba a mérlege.

Mennyivel nyom többet egy nagy macska, mint egy kicsi? És hány fontot nyom egy kis cica?

**Mennyiségek
és műveletek**

4 II/6.)

A kereskedő mérlege

Egy kereskedő gyerekkorában nagyon szerette a matematikát. Így, amikor megnyitotta a boltját, elhatározta, hogy nem hagyományos súlysorozatot vesz, hanem egy különlegeset gyártat le magának. Ebben lesz 1dkg-os, 3 dkg-os, 27 dkg-os, 81 dkg-os és egy 243 dkg-os.

A barátja kételkedve fogadta, hogy ezzel boldogulni fog a boltjában, így kérte, mutassa meg, hogyan tud mérni 1 kg-ot!

A kereskedő erre ezt válaszolta: - Ha az egyik serpenyőbe teszek 81 dkg-ost meg 27 dkg-ost meg egy 1 dkg-ost, akkor ez összesen $1+27+1 = 109$ dkg; s a másikba pedig egy 9 dkg-os súlyt, akkor a két serpenyő közötti különbség $109-9 = 100$ dkg, azaz 1kg.

De hogyan fog mérni 50 dkg-ot?

(Mj. : A dkg nem súly, hanem tömeg mértékegység, de a hétköznapi életben a „súlysorozat” kifejezést is használjuk.)

**Mennyiségek
és műveletek**

4 II/7.)

Aladár érkezett elsőnek és mindkét ikernek egy – egy 10 000Ft-os vásárlási utalványt hozott.

Béla kölcsönkért Pétertől 2000 Ft-ot, Páltól pedig behajtotta azt a 2000Ft-ot, amellyel tartozott neki.

Cili 5000Ft-nyi könyvutalvánnyal érkezett, s megkérte a fiúkat, osszák el igazságosan!

Dini egy bankban dolgozik. Megbeszéli a fiúkkal, hogy nyissanak egy – egy számlát, helyezzenek be rá 100 000 – 100 000Ft-ot, és a bank 17% - os kamatot garantál egy éves lekötés esetén!

Ede meghozza a múltkori 5000Ft-os tartozását, s átadja a pénzt Péternek, Pállal pedig megbeszéli, elfelejti azt a neki azt a kölcsönt, amit akkor adott a múlt héten, amikor ő fizette ki Pál 5000 Ft-os koncertjegyét.

Ferkó egy – egy névre szóló takaréklevelet adott át a fiúknak.

Gizi pontosan 10 000 Ft-ért hoz euro-t Péternek és pontosan 10 000Ft - ért hoz dollárt.

Huba az est végén Pálnak egy adósságlevelet adott át 10 000Ft-ról, Péter pedig fel akart vele váltatni egy 20 000Ft-os, de most Huba csak 5 db 2 000Ft-ost tudott adni, no meg egy ígéretet, hogy holnap hoz majd még 10 000Ft-ért aprót.

Vagyoni helyzet

Péter és Pál ikrek. 18. születésnapjukon örökösei lettek egy nagyobb összegnek fele – fele alapon. A születésnapi partijukra ismerősöket, rokonokat

is meghívtak. Tőlük természetesen ajándékokat is kaptak, de volt, aki nem adott, hanem kért.

Milyen értékű takaréklevelet kaptak az ünnepeltek Ferkótól, ha az estély elején és az estély végén egymáshoz képest fillére pontosan azonos vagyona volt a két fiúnak?

**Alakzatok
síkban és
térben 2 II/
8.)**

Csere - bere

A gyerekek matricát gyűjtenek, ezek között van téglalap, kör és háromszög alakú. Egy kör alakú matrica értéke egyenlő egy téglalap és három háromszög alakú értékével. Két téglalap alakút egy kör és két háromszög alakúra cserélnek. Hány háromszög alakú matricáért lehet egy téglalap alakút kapni?

**Mennyiségek
és műveletek
4 FIZIKA
II/9.)**

Mérleghinta

A mérleghintán két kislány hintázik. Az egyik lány súlya másfélszer annyi, mint a másiké és ez a kislány a mérleghinta forgástengelyétől másfél méterre ül. Hova üljön a másik kislány, hogy egyensúlyban legyen mérleghinta?

**Mennyiségek
és műveletek 2
II/ 10.)**

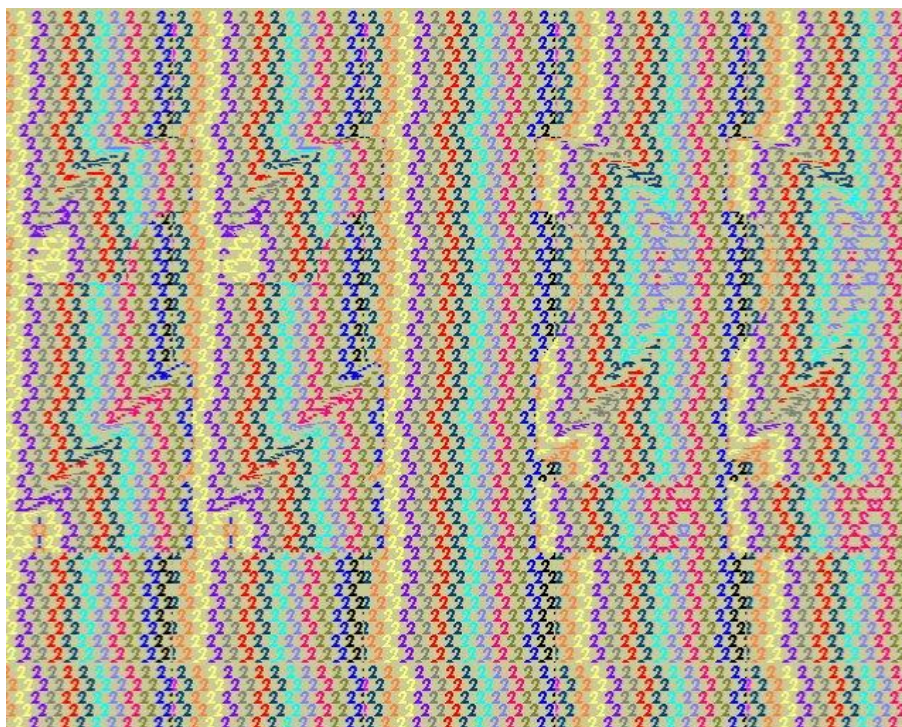
Ikerprímek

Ikerprímnek nevezünk két olyan prímszámot, melyek különbsége 2. Például ikerprímet alkot a 3 és az 5, vagy az 5 és a 7 párosa. 100 alatt ezeken kívül még 6 ikerprím pár van. Melyek ezek?

**Mennyiségek
és műveletek 2
II/11.)**

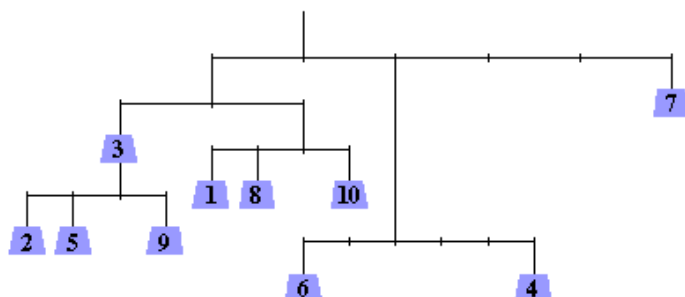
Mi az ikerprím párja az 1999-nek?

Az autosztereogramok olyan kétdimenziós képek, melyek speciális nézési technikák segítségével háromdimenziósnak látszanak. Azt használják ki, hogy agyunk a két szemünkből kapott eltérő vizuális információkat egy képpé formálja. Az alábbi sztereogramon egy szám látható. Vegyük ennek a második hatványát, melyik számot kapjuk? Vegyük önmagával vett szorzatát, melyik számot kapjuk? Adjuk össze önmagával, melyik számot kapjuk?



Megoldások:

1.)



2.)

Megoldás: Első eset: 1. mérésorán össze kell hasonlítani három – három csavart, ha azonos a tömegük, akkor a félre tett kettő között található a könnyebb. Tegyük ezeket mérlegre, a nehezebb felé billen a mérleg.

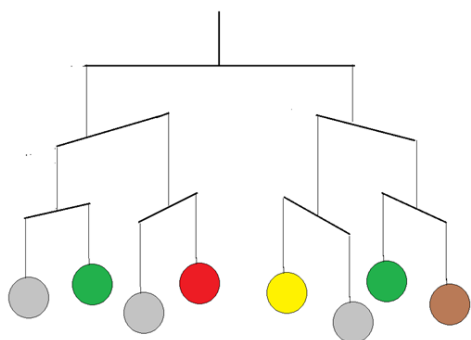
Második eset: ha az első mérésnél valamelyik oldalra billen a mérleg, a könnyebb oldalon található három között van a könnyebb, 2. mérésnél a könnyebb oldali három érme közül egyet félre kell tenni és a maradék kettőt összehasonlítani, ha azonosak, akkor a félretett a könnyebb érme.

3.)

A megoldás során egy táblázatba foglaljuk össze az ismereteinket!

A négy kisautóval egyensúlyt tart három labda vagy egy építőkocka és egy labda.

4.)



$$n - k = 4 \quad \text{és} \quad k = 3$$

szürke	zöld	piros	sárga	barna	
4	3	2	1	5	
4		1	3	2	5

5.)

$$\begin{array}{r} 4n + 3k = 37 \\ 3n + 4k = 33 \\ \hline \end{array}$$

6.)

A kereskedő mérlege

$$50 = 81 - 27 - 3 - 1, \text{ tehát}$$

egyik serpenyőbe kerüljön a 81 dkg-os súly, a másikba egy 27-es, egy 3-as és egy 1-es. A két serpenyő közötti különbség pont 50 dkg, tehát egy 50 dkg-os testtel lehet a mérleget kiegyensúlyozni.

7.)

Csak annyit lehet a szövegből megtudni, hogy ugyanolyan értékű értéklevelet kaptak, de az összeg nem határozható meg.

8.)

k – kör;

t – téglalap;

h – háromszög

$$k = t + 3h$$

$$\underline{2t = k + 2h}$$

$$2t = k + 3h + 3h$$

$$\underline{\underline{t = 5h}}$$

9.)

$$1,5G * 1,5m = 1G * k$$

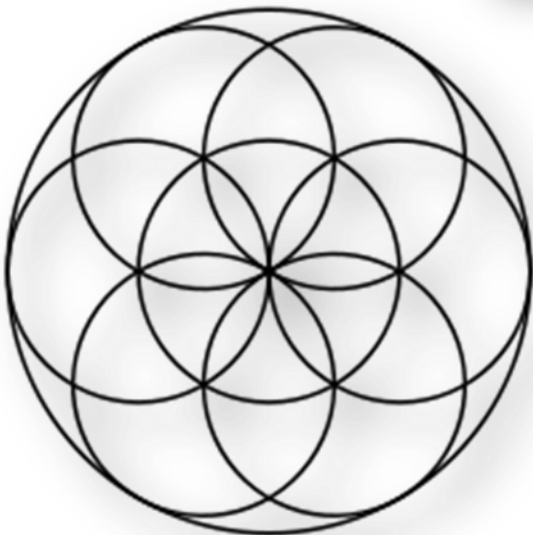
$$k = 2,25 \text{ méter}$$

10.)

(11; 13) (17; 19) (29; 31) (41; 43) (59; 61) (71; 73)

11.) 1997

12.) 4



III Körbe – körbe...

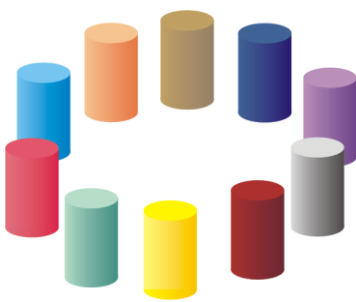
Talán a legismertebb és legnépszerűbb irracionális szám a π .

Közelítő értéke: 3,14. Ez kerekítve: 3.

Azt mondjuk, három a magyar igazság! Álljon itt három, a körrel kapcsolatos játék!

Játékok

NIM KÖRBE – KÖRBE



Rakjuk le a bábukat körbe, ahogy az ábra mutatja. A játékosok egymás után vehetnek el bábukat a körből, egyszerre egy vagy két bábút lehet elvenni. Kettőt csak akkor vehet el egyszerre valaki, ha az a kettő bábu egymás mellett állt. Aki az utolsó bábút kényszerül elvenni, az a játékos veszített.

KÖR NIM

Kellékek :

papírból vagy filcből kivágott körök az alábbi méreteken:

- 2 db 10 cm átmérőjű kör;
- 3 db 7,5 cm átmérőjű kör;
- 8 db 5 cm átmérőjű kör;
- 16 db 2,5 cm átmérőjű kör;

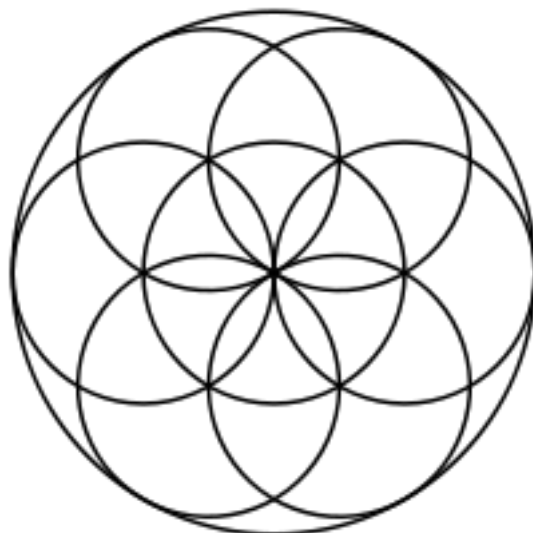


22,5 X 27,5 cm-es papírlap vagy filc, mint játéktábla.

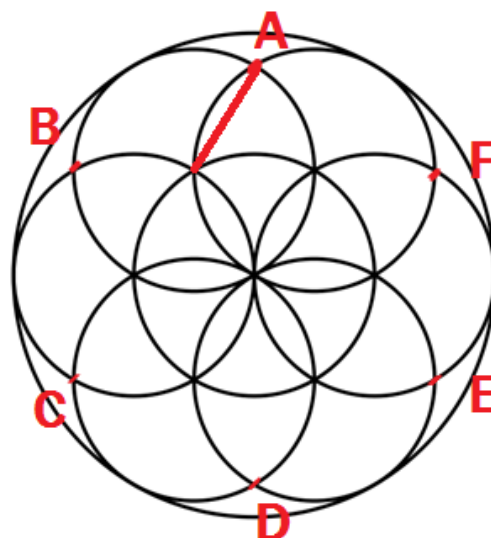
1. Az a személy, akinek születésnapja a legközelebb van a Pi naphoz (március 14., az kezdi a játékot azzal, hogy egy kört valahova a táblára lerak. Bármilyen méretű körrel lehet kezdeni.
2. Amikor rak, arra kell ügyelni, hogy a lerakott kör teljes egészében a táblán legyen, és nem lehet mozgatni a játék során a már lerakott köröket.
3. A második játékos elhelyez egy kört a táblán. Egy új kör soha ne érjen egy korábban elhelyezett darabhoz, és mindig teljesen rajta legyen a játéktáblán.
4. Játsszátok mindaddig, amíg lehetséges lerakni újabb kört az asztalra a fenti feltételeknek megfelelően. Az utolsó játékos, aki a szabályoknak megfelelően tehet még egy kört a táblára, az nyer!

LEONARDO VIRÁGA

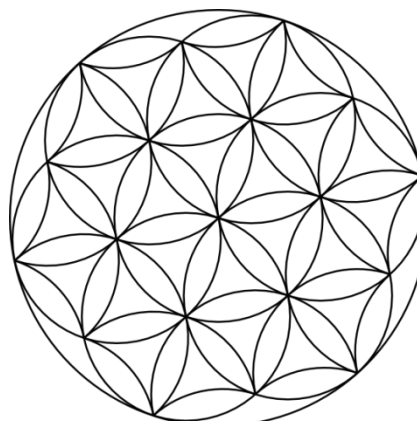
Szerkesszük meg egy 5 cm sugarú körből kiindulva, annak területét körzővel hat egyenlő részre felosztva a gyerekek által oly szívesen rajzolt rozettát! Rajzoljunk köré egy olyan nagy külső kört is, amely a hat kört érinti!



Az A, B, ...F pontokból az előbbi sugárral rajzoljunk köríveket a nagy körön belüli tartományba!



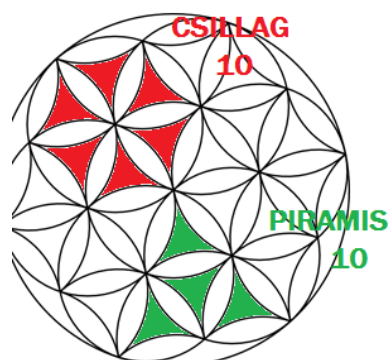
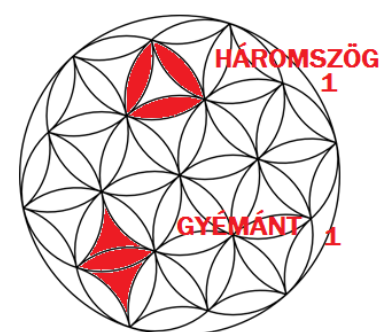
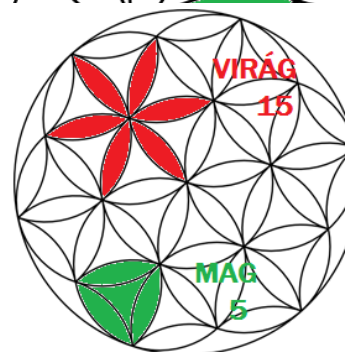
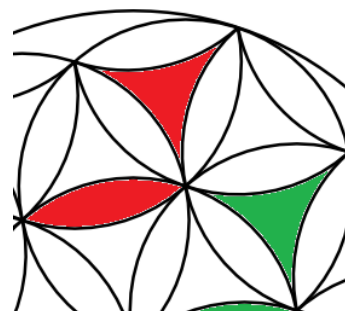
Ez a minta lesz Leonardo virágja.



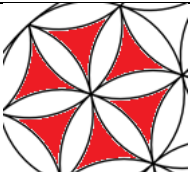
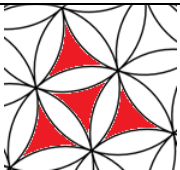
Egy játék során 20- 20 szirmot és háromszöget kapjon mindkét játékos a saját színéből és felváltva, egymás után egyenként

helyezzék el a játék táblájára!

Ezután a játékosok számolják össze, hogy a lerakott lapocskáik milyen mintákat alkotnak, s ezek a minták hány pontot érnek. Ebben az alábbi táblázat segít:

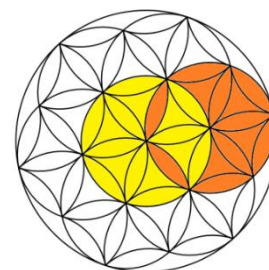


PONTOZÓTÁBLA:

A minta neve	formája	pontszáma
gyémánt		1
háromszög		1
mag		5
csillag		10
piramis		10
virág		15

Egy lapocska több mintában is szerepelhet egyidejűleg! Figyeljünk erre a pontok számolásánál!

A játék a Da Vinci's Challenge nevű társasjáték egyszerűsített változata.



Három a magyar igazság, de negyedik a ráadás! Íme, egy **RÁADÁS – JÁTÉK**:

Álljunk körbe a terem közepén! Menjen be valaki középre, keresse meg, hol lehet a körünk középpontja! Igazodjon ezután mindenki ehhez a ponthoz!

Növeljük a kör sugarát kétszeresére, majd csökkentsük a felére!

Mozduljon el a helyéről szép lassan az a társunk, aki a kör közepére állt! Őt figyelve, vele együtt változtassa mindenki szép lassan a helyét úgy, hogy minél jobban megmaradjon a kör formája! Ügyeljen a kör közepén álló, hogy mozgás közben elférjen mindenki, aki a körvonalat alkotja!

Alakítsunk ki most két kisebb kört! Ezek közepére is álljon egy – egy ember! Mozogjanak egymás felé a körök középpontjaiban állók! Mozduljanak velük együtt a kör formáját tartva a körvonalon állók!

A két kör először érinti egymást, majd tovább haladva a metszés helyzetén át jussanak el – ha a körök mérete engedi - a koncentrikus körök helyzetéig.

TITKOS KÓDOK - FEJTSD meg a kódokat!

Pi- nyaklánc

Rendeljünk minden számjegyre – 0 -tól 9 -ig – egy színt. Abból a színből, amelyet a 3-ashoz társítottunk vegyünk egy nagyobb gyöngyöt is. Kezdjük ezzel a gyöngyfűzést! Ez a nagyobb gyöngyszem jelenti a **pi** végtelen, nem szakaszos tizedes törtben az egészrészét.

Fűzzünk fel ezután a **pi** tizedesjegyeinek megfelelően minél több (akár 100) gyöngyöt!

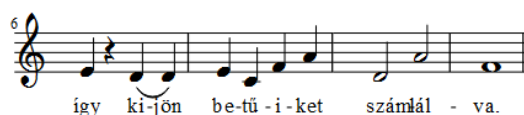
Ha kész a láncunk, alakítsunk belőle kört! Mérjük meg a lánc hosszát (avagy a kör kerületét) és hasonlítsuk össze a kör átmérőjével! Osszuk el a kerületet az átmérővel! Mennyi az eredmény?



Zene _ IIIId / Kriptográfiai csemege!
„Titok zenébe rejtve”. Mi a kotta különlegessége?

Xilofonon játszd is le a dallamot! Kinek ajánlanád telefonos csengőhangként?

A dal szövegét Száz Pál professzor úr írta 1952-ben. És vajon ki „írta” a zenét?



Mennyiségek és műveletek / IIIc A naptárban március 14. (III. 14.) és július 22. (VII. 22.) a két pi nap. Miért ezek? Lehetne másik nap is?

March 2015						
S	M	T	W	T	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

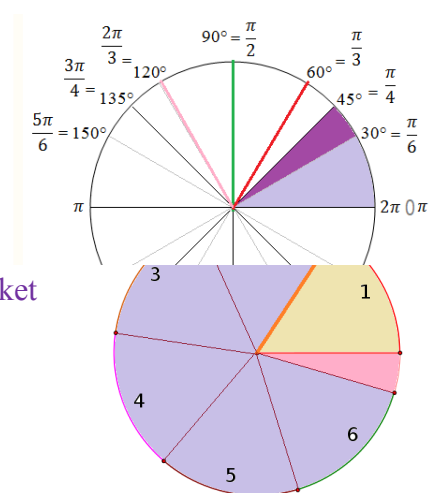
Kutatási feladatok:

III / K1

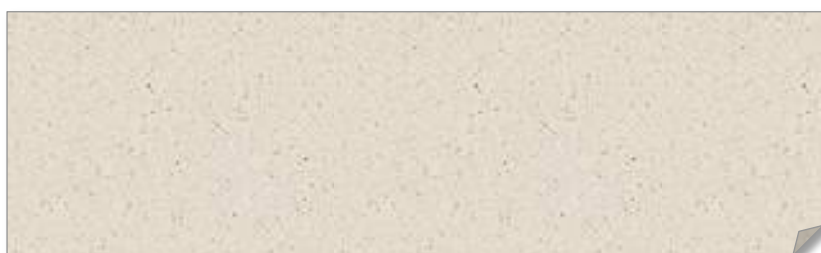
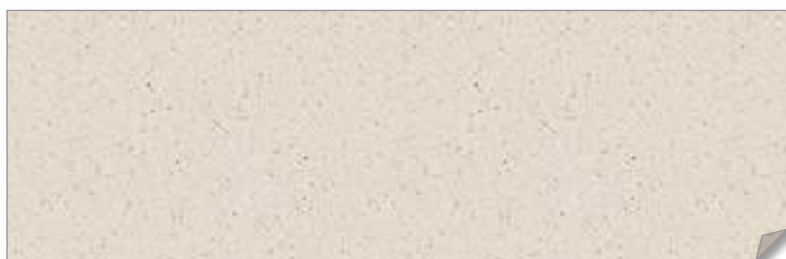
Radián vagy fok? Melyik mértékegységet tartod használhatóbbnak? Miért? Mely esetekben? (Érvelés)

III / K2

Járj utána, milyen közelítéseket adtak a matematikusok a π értékének közelítésére az ókortól napjainkig? Milyen módszereket alkalmaztak az egyes tudósok?

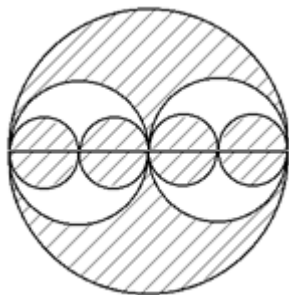


Feladatok



Geometria_3_
Műv.történet III/1

Egy kör alakú ólomüveg ablak részeit félkörökből rakták össze. A még festetlen (fehér) rész területe hányad része az ablak teljes területének?



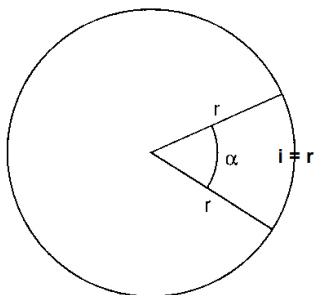
geometria_4 III
/2.

Egy 60° -os szög mindkét szarát érinti egy r sugarú kör. Mekkora annak a körnek a sugara, amely érinti mindkét szögszarát és az r sugarú kört is? (Hány ilyen kör van?)

geometria_3
III/3.)

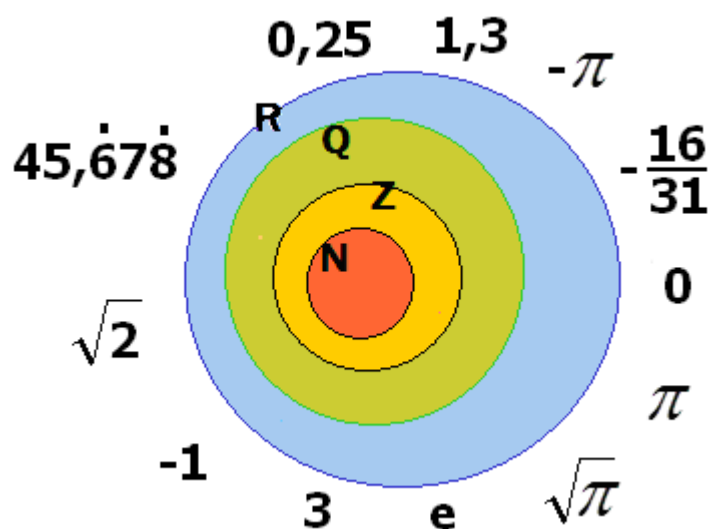
Egy toronyóra nagymutatója 1m, kismutatója 6 dm hosszú. Mekkora szöggel fordul el a kis – és a nagymutató egy óra alatt? Add meg radiánban is! Mekkora utat tesz meg a kis – és nagymutató végpontja fél óra alatt? És egy tanóra alatt?

(Ha egy körvonalon kijelölünk egy r hosszúságú ívet és a két végpontját összekötjük a kör középpontjával, akkor a két sugár 1 radián nagyságú szöget zár be egymással.)



Számhalmazok_2_
III / 4.)

Írd be az ábrába a számokat a megfelelő halmazokba!



Geometria_5 III /
5.)

A KÖR – NIMM nevű játékhoz szeretnénk még két darab 5 cm átmérőjű körlapot kivágni. Ehhez találtunk egy $30 \times 40 \text{ cm}^2$ -nyi, téglalap alakú kartont, de rajta sajnos 22 darab folt található. Mindegyik foltot külön-külön lefedhetjük egy-egy 2 cm átmérőjű körlappal. (Ezek a körök egymásba is nyúlhatnak.) Ki tudjuk-e vágni ebből a lapból a hiányzó köröket?

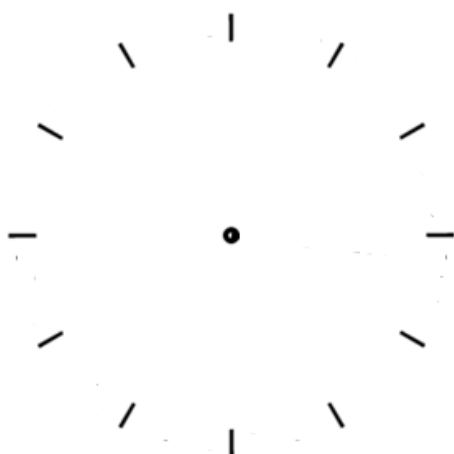
Geometria_3_
Művészettörténet
III / 6.)

Tervezzünk ólomüveg-ablakot!
Szerkesszünk 3 db 4 cm sugarú olyan kört, amelyek páronként érintik egymást! Szerkesszünk ezután egy olyan negyedik kört, amely kívülről érinti a másik három kört! Töröljük ki a rajzból azokat a belső íveket, amelyeket a kis körök érintkezési pontjai határolnak!

**geometria_2_ III/
7.)**

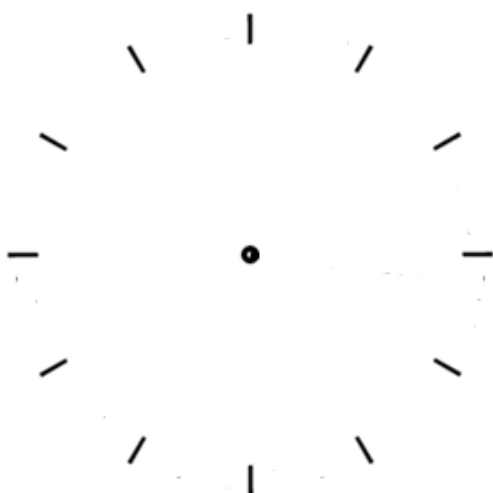
Adott 12 – 12 kifejezés; matematikai jelölés, valamint egy 30 fokonként beosztott körlap. Próbáld kapcsolatba hozni a matematikai kifejezéseket a mellékelt körrel!

a)



$3 \pi / 2$ 2π $\pi / 3$
 $5 \pi / 3$ $\pi / 6$
 π
 $11 \pi / 6$
 $5 \pi / 6$ $2 \pi / 3$ $7 \pi / 6$
 $4 \pi / 3$ $\pi / 2$

b)



$\frac{9}{9} + 9$; $\sqrt{25}$; 2^2 ; 19^0 ; 0, 5 egység
 sugarú kör kerülete egész számra
 kerekítve; páros prím; ennyi
 szimmetriatengelye van egy
 hópehelykristálynak; a teljes szög
 negyvened része; $\sqrt{144}$; $\sqrt[3]{343}$; $\sqrt{2^6}$;
 a legkisebb kétjegyű prím;

**Geometria_4_
történelem III/8.)**

A középkori kolostorok kerengőit úgy tervezték meg, hogy rajzoltak egy kört, s megszerkesztették egy beleírt négyzetét. Ez lett a belső kert széle, határvonala.
 Ezután a kör köré írt négyzetek közül azt szerkesztették meg,

amelynek oldalai párhuzamosak a belső kertet kijelölő négyzet oldalaival. A két négyzet által határolt rész a kerengő.

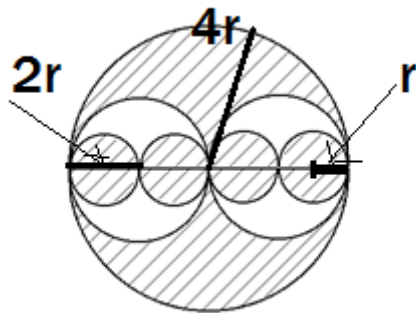
Rajzold meg egy kolostor kerengőjének az alaprajzát, ha a szerkesztéshez használt kör sugara 6cm. Mekkora a szerkesztésnél használt két négyzet területének aránya?

Melyik nagyobb: a belső kert vagy a kerengő alapterülete?

Megoldások

1.)

A legkisebb kör sugara legyen r !



$$t_{\text{nagykör}} = T = (4r)^2 \pi = 16r^2 \pi$$

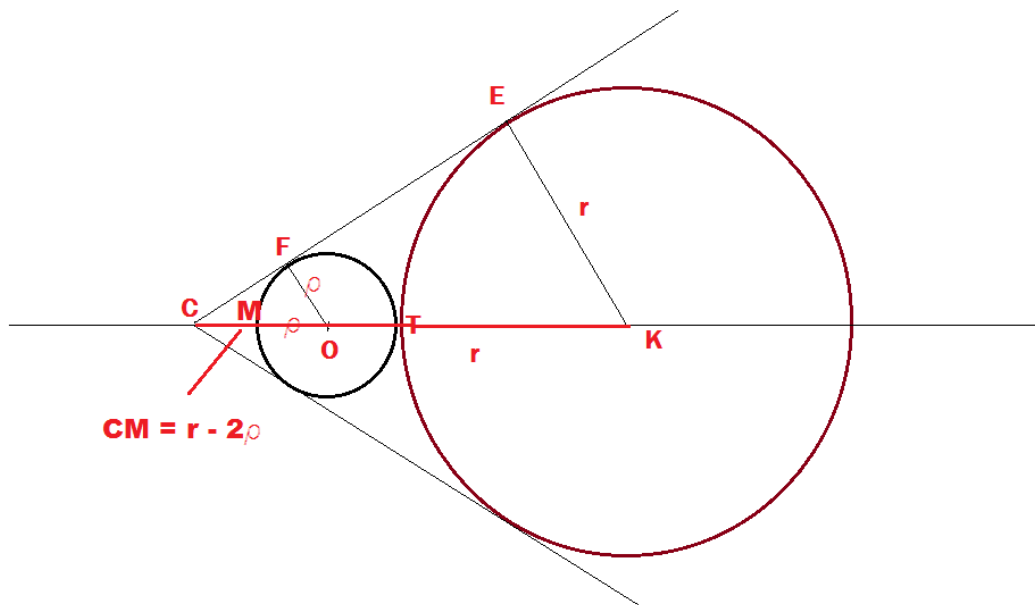
$$t_{\text{kiskör}} = t = r^2 \pi$$

$$t_{\text{közepeskör}} = (2r)^2 \pi = 4r^2 \pi$$

$$t_{\text{festetelenrész}} = \tau = t_{\text{közepeskör}} - 2t_{\text{kiskör}} = 4r^2 \pi - 2r^2 \pi = 2r^2 \pi$$

$$\frac{2t_{\text{festetelenrész}}}{t_{\text{nagykör}}} = \frac{2\tau}{T} = \frac{4r^2 \pi}{16r^2 \pi} = \frac{1}{4}$$

2.)



$$TK = r = EK$$

$$CKE \Delta \Rightarrow CK = 2r, \text{ tehát}$$

$$CT = r$$

hasonlóan COF Δ alapján

$$CO = 2 OF = 2\rho$$

COF Δ hasonló CKE Δ -höz (lásd a szögeiket!)

Így a megfelelő oldalak aránya:

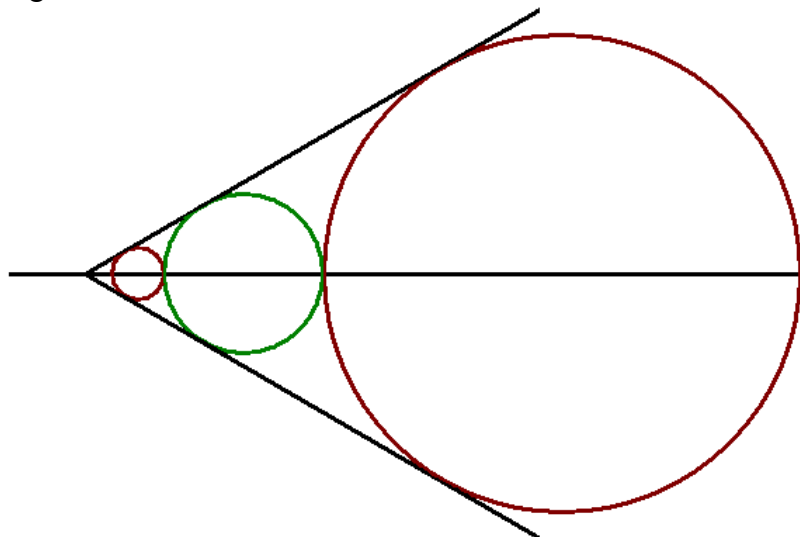
$$\frac{OF}{KE} = \frac{CO}{KC}$$

$$\frac{\rho}{r} = \frac{r - \rho}{2r}$$

$$3\rho = r$$

Van egy másik megfelelő kör is:

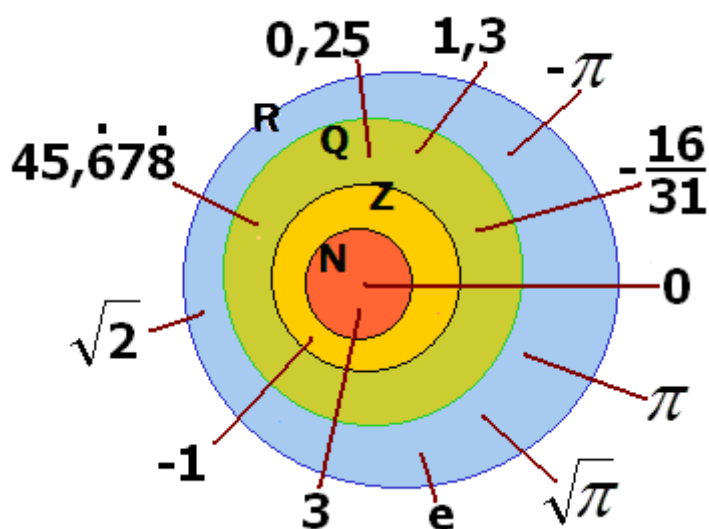
Sugara hasonló módon számolható.



3.)

	nagy mutató 10dm		kis mutató 6 dm	
1 óra alatt elfordul:	30°	$\pi / 6$ rad	360°	2π rad
1 óra alatt a végpontja által megtett út	$5/3 * 3,14$ dm = 5,23 dm		$2*6*3,14 = 37,68$ dm	
1 tanóra ($\frac{3}{4}$ óra) alatt a végpontja által megtett út	3,925 dm		$37,68 * \frac{3}{4} = 28,26$ dm	

4.)

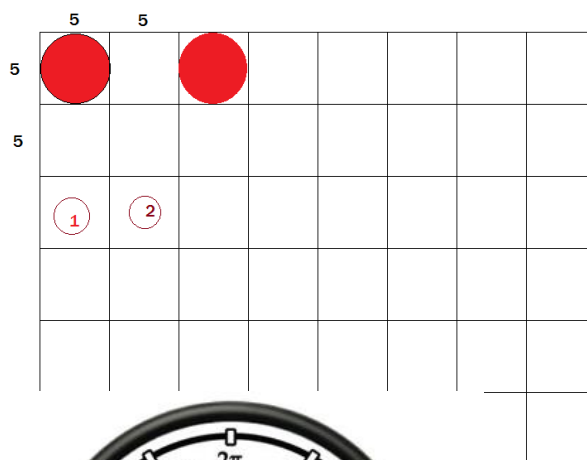


5.)

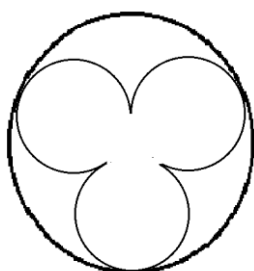
$30 \times 40 = (6 * 5) * (8 * 5)$, tehát az említett téglalap $6*8=48$ db 5 cm oldalú négyzetre felosztható.

Egy 2 cm átmérőjű folt befér egy ilyen négyzetbe és egy 5 cm átmérőjű körlap is befér egy ilyen négyzetbe.

Ha a 22 db folt külön – külön belehelyezzük egy – egy ilyen, 5 cm oldalú négyzetbe, akkor is marad még $48 - 22 = 26$ négyzet, amelybe elhelyezhető a két még kivágandó kör.

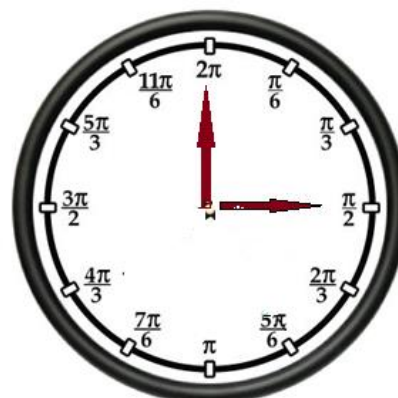


6.)



7.

a)



Legyen az óra számlapján a 3-as a $\pi/2$ helyén és a 6-os a hozzá képest 90° -kal elfordított helyen, a π -nél Ennek megfelelően az ábra alapján megkereshetjük a radiánban megadott szögek helyét a körvonal mentén.

7. b)

a számítások eredményei 1-12-ig kiadják a természetes számokat

8.)

$$a = \sqrt{2}r$$

$$a^2 = 2r^2$$

$$r^2 + r^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2$$

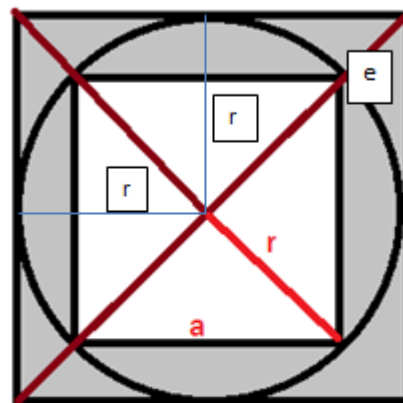
$$2r^2 = \frac{e^2}{4}$$

$$b^2 = \frac{e^2}{2} = \frac{e^2}{4} \cdot 2 = 2r^2 \cdot 2 = a^2 \cdot 2$$

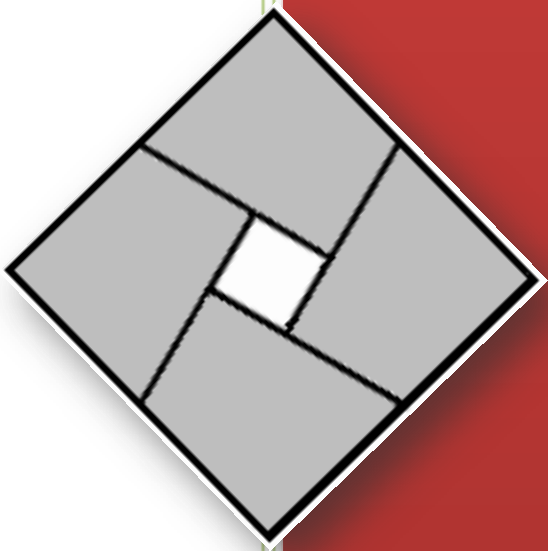
$$b^2 - a^2 = a^2$$

$$\frac{b^2}{a^2} = 2$$

$$t_{\text{kerengő}} = t_{\text{belső kert}}$$



b



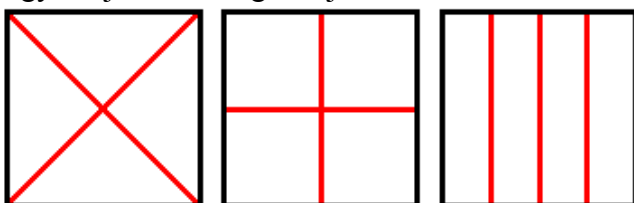
IV. 4szögek

Ha valamit kétszer is megfelezünk, akkor négy egyenlő részre osztjuk fel.
Tehát negyedelni szemmértékkel is egyszerű!

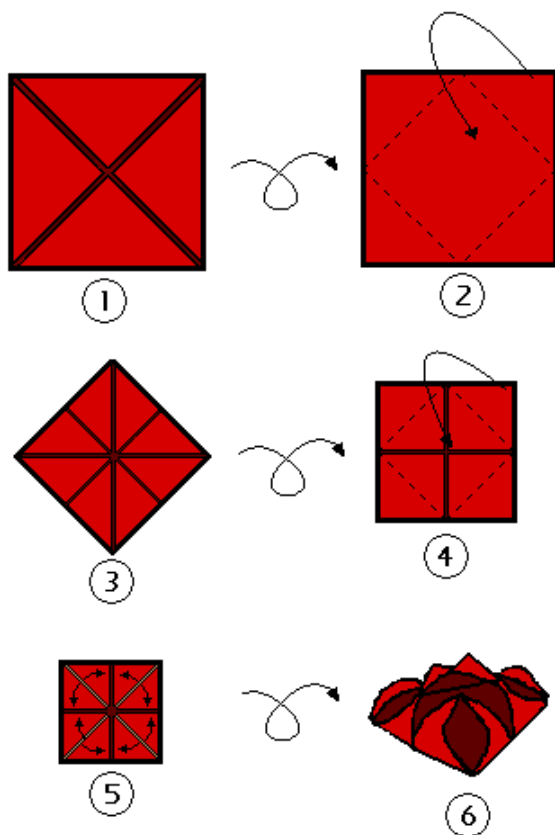
IV a / Próbájuk ki ezt az alábbi szakasz esetén!
Felezzük meg szemmértéket használva:

Majd negyedeljük is! Ellenőrizzük méréssel!

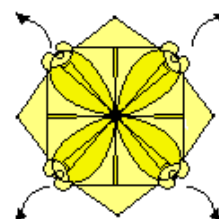
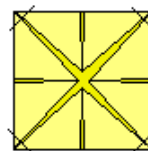
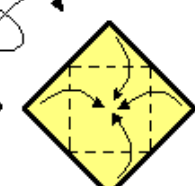
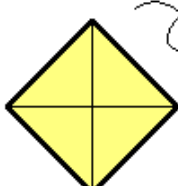
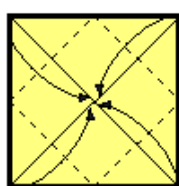
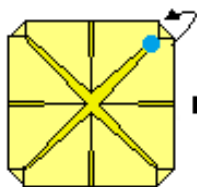
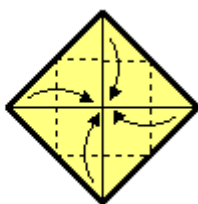
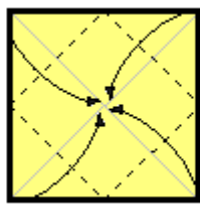
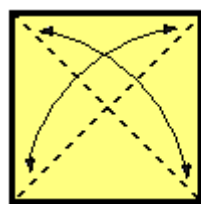
IV b / Az origami hajtogatásoknál sok esetben négyzet alakú papírból indulunk ki és negyedeljük azt. Megtehetjük ezt az alábbi módokon:



Négyzet alakú szalvétát tovább hajtogatva juthatunk az alábbi virágformához:

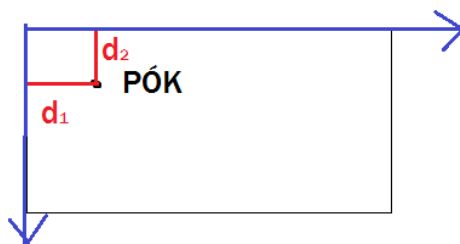


Aki ismeri a lótuszvirág hajtogatását, tudja, hogy ott is négyzetből, illetve annak többszöri negyedeléséből indulunk ki.



Azt mesélik, hogy amikor egyszer Descartes betegen feküdt, meglátott a mennyezeten egy pókot. Azon töprengett, hogy hogyan mondhatná el a legpontosabban a szobalánynak, hogy hol is van az a bizonyos pók... És akkor támadt egy ragyogó ötlete! Ha tudná, hogy a szoba két, szomszédos falától milyen távol van a pók, akkor meg tudná határozni egyértelműen a helyét!

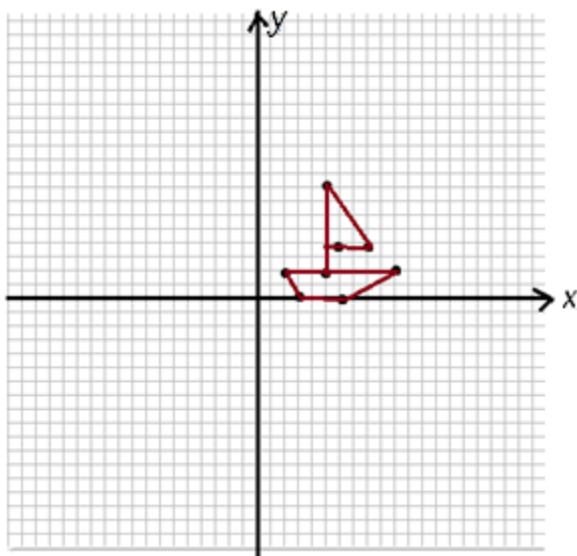
Hát, valahogy így született meg az általunk is használt Descartes – féle koordináta-rendszer.



Geometriai transzformációk _2_ IV c

A síkban használt koordináta-rendszerben négy síkrészt határoznak meg az egymásra merőleges tengelyek.

Tükrözzük az alábbi figurát először az x, majd az y tengelyre! Találunk-e olyan tükrözést, amely az eredeti figurát azonnal ebbe, a másodiknak megszerkesztett képbe viszi át?



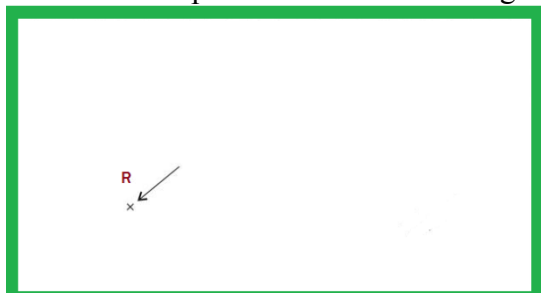
Geometriai transzformációk_2_IV d

A biliárd - legjobb lenne kipróbálni!

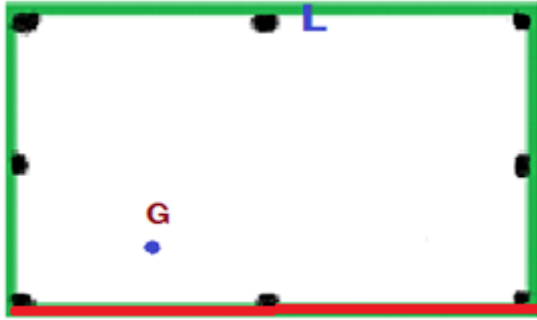
A biliárdasztalon a golyó épp úgy viselkedik, mint a visszaverődő fénysugár: ugyanakkora szögben pattan vissza a falról, mint amekkora szögben érkezett. A rajzon egy biliárdasztal képét látjuk. A P - vel jelzett helyen lévő golyót a nyíl irányában meglökjük. Rajzoljuk be, hogy hol éri el a falat, és szerkesszük meg a visszaverődő golyó útját!



A következő biliárdasztalon az R -rel jelzett golyót olyan erővel löktük meg, hogy három falról is visszapattant. Szerkesszük meg a golyó útját!



A biliárdasztalon a feketével jelzett helyeken lyukak találhatók. Hol kell pattannia a G -vel jelzett golyónak a pirosra színezett falon, hogy onnan az L -lel jelzett lyukba érkezzon? Szerkesszük meg a helyet, ahová célozni kell!



Geometriai transzformációk _2_ IV e

Anna a fodrásznál

Anna beült a fodrásszékbe, de még meg kellett várnia, míg az előző vendég fizetett.

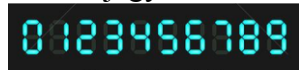
- Jövök máris – kiáltott neki a fodrásznő, s Anna azt vette észre, hogy nem is neki beszélt, hanem a tükörképének. Milyen érdekes, gondolta, vajon az órát is a tükörben nézik meg a fodrásszok?

Vajon vannak - e olyan időpontok, amikor ugyanazt az időt mutatja egy digitális falióra számkijelzője a tükörben, mint a valóságban?

És mi a helyzet a hagyományos órákkal?

Anna a haját vágatta le, ezért egy időre le kellett hajtania a fejét. Amikor felnézett, a tükörben újra megpillantotta az órát. Ez lehetetlen, gondolta, megállt az idő?! Vagy az óra? De aztán azonnal rájött a tévedésére, a tükörben levő órán 20 perccel kevesebbet látott, mint a valódi idő. Mikor nézhetett a tükörbe?

A számjegyek formái a digitális órán:



Játék

Nyulak és kutyák

Ez egy ősi üldözéses játék, ahol hárman vannak egy ellen. A nyulas játékok Észak – Európában korábban nagyon népszerűek voltak.

A három sárga bábusnak (kutyák) be kell szorítani a piros bábut (nyúl).

A három sárga bábu nem tud hátrafelé lépni (északnak).

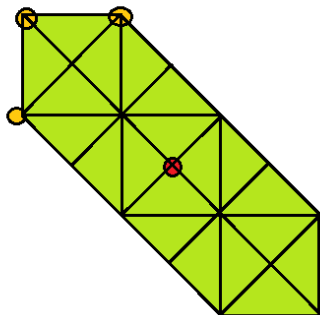
Egyik fél sem üthet.

A piros (nyúl) célja a sárga kutyák mögé kerülni.

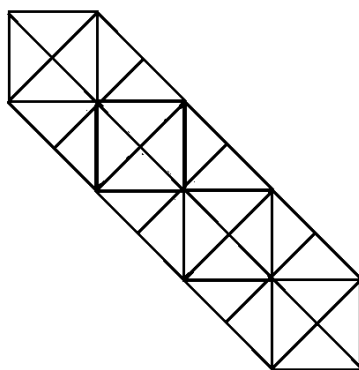
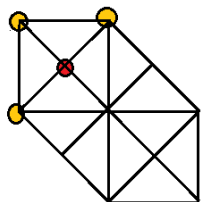
A nyúl győz, ha eléri a felső csúcsot, vagy már előbb a kutyák mögé tudott kerülni.

A játék akkor is véget ér, ha egy állás háromszor megismétlődött.

Az alapjáték táblája:



Egyéb variációk:



Kutatási feladatok:

IV / K1 Billiárd – nyerő technikák?

Hogyan biliárdozik egy matematikus, illetve hogyan old meg matematikapéldát egy profi biliárdozó?

IV/ K2

Ferenc, az asztalos elkészítette régi álmát: egy ellipszis alakú biliárdasztalt. Amikor barátait első ízben játszani hívta, mit gondolsz, milyen furcsaságokat tapasztaltak a téglalap alakú biliárdasztalhoz szokott játékosok? Milyen trükköket használhattak a későbbi játszmák során?

Feladatok

Alakzatok síkban és térben _ 1_ IV/1.

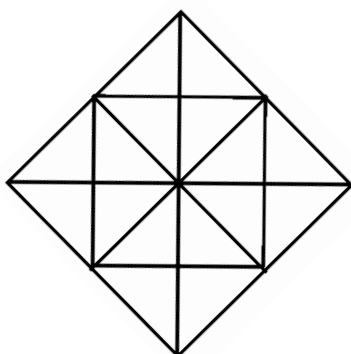
A nyulas játék tábláján mutassuk végig az ismert négyszögeket! Van-e olyan, amely nem rajzolható meg a vonalak mentén? Ha ki kellene számítani a területüket, milyen egység használata lenne a legalkalmasabb?

Alakzatok síkban és térben _ 3_ IV/2.

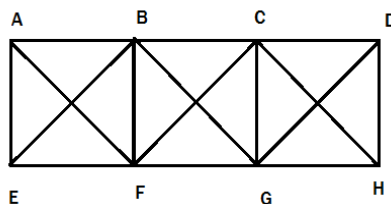
Egy négyszögről tudjuk, hogy a 6 cm-es hosszúságú rövidebb átlója merőlegesen felezi a hosszabb átlót; a hosszabb átló 30° -os szöget zár be az oldalakkal. Hány cm a síkidom kerülete?

Alakzatok síkban és térben _ 3_ IV/ 3.

Hány négyzetet látsz az ábrán?



Alakzatok síkban és térben _3_ IV/ 4.



Az ábrán betűkkel jelölt nyolc pont és a berajzolt vonalak segítségével trapézokat kell keresni. Hány különböző trapézt láthatunk az ábrán, ha trapéz csúcspontja csak betűvel megjelölt pont lehet?

Alakzatok síkban és térben _3_ IV/ 5.

Van egy régi, horgolt négyzet alakú terítők, amely pontosan befedi a régi, négyzet alakú asztalunk lapját. A család nagyon ragaszkodik hozzá, ám a mikor egy új, pontosan kétszer nagyobb területű, négyzet alakú asztalra cseréltük korábbi, akkor a terítő természetesen kicsi lett... Hogyan horgoljunk még hozzá, hogy betakarja az új asztalt is?

Számolás _4_ IV/6.

4 darab négyesből hoztuk létre az alábbi számokat: $((4^4)^4)^4$; $(4^4)^{44}$; $((4 \cdot 4)^4)^4$; 4^{444} . Melyik a legnagyobb a négy szám közül?

Számolás, számok _3_ NYELVEK IV / 7.

Becsületes számoknak szokás nevezni az olyan pozitív egész számokat, melyek adott nyelven leírva annyi betűből állnak, amennyi az értékük. A 4 magyar nyelven becsületes szám: négy - 4. Mivel ez nyelvi sajátosság, érdemes a dolgot megvizsgálni különböző nyelveken is. A 4 becsületes szám például angol, német, holland, svéd, norvég, dán, török nyelven is. Más nyelveken léteznek más becsületes számok is, a 3 például olaszul, csehül, oroszul, svédül, norvégül, dánul, az 5 görögül, spanyolul, portugálul, a 2 norvégül, dánul. Érdekesség, hogy francia nyelven nem találunk becsületes számot. Próbáljuk ki a következő játékot! Válasszunk találmányra egy pozitív egész számot, írjuk le betűkkel ugyanezt, számoljuk meg hány betűből áll, az így kapott számot is írjuk le betűkkel, ismét számoljuk meg a betűket. Folytassuk ezt az eljárást, mit tapasztalunk?

2114 – kétezer-száztizennégy – 20 – húsz – 4 – négy – 4 A négyet kaptuk eredményül. Minden esetben így van ez? Nézzük meg: 1567345891 - egymilliárd-ötszázhatvanhétmillió-háromszáznegyvenötezer - nyolcszázkilencvenegy – 75 – hetvenöt – 8 – nyolc – 5 – öt – 2 – kettő – 5 Ezúttal egy kettő hosszúságú ciklushoz jutottunk, az 5 és a 2 ismétlődik.

Angolul: 64 – sixty-four – 9 – nine – 4 – four – 4 Vagy 15 – fifteen – 7 – seven – 5 – five – 4 – four – 4

Görögül mást kapunk: 162 - εκατον εξηντα υο - 15 - δεκαπεντε - 9 - εννια - 5 πεντε - 5

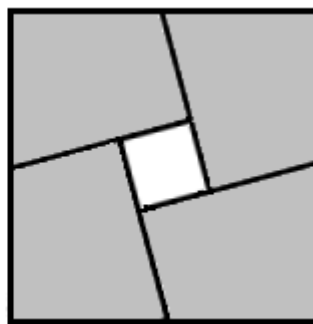
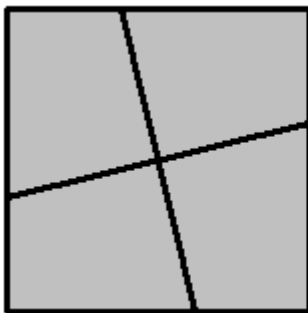
Franciául pedig: 64 – soixante-quatre – 14 – quatorze – 8 – huit – 4 – quatre – 6 – six – 3 – trois – 5 – cinq – 4 Ez egy 4 hosszúságú ciklus. Kísérletezz az általad ismert nyelveken! Melyik becsületes szám? Milyen ciklusok keletkeznek az adott nyelven?

Logika_5_IV/8.

Folytasd a számsort! Mi a szabály?
3; 5; 5; 4; ...

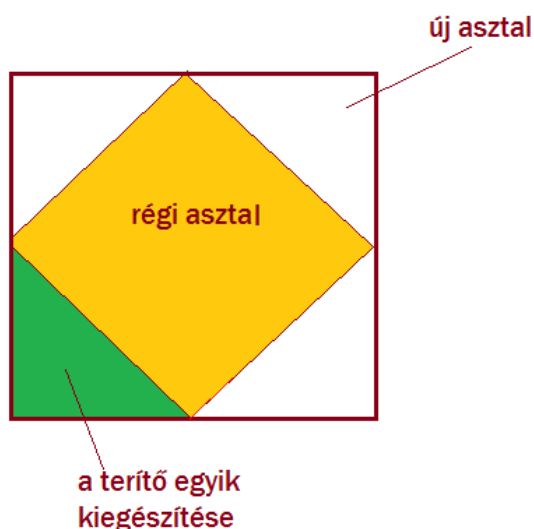
Alakzatok síkban és térben_3_IV/9.

Egy négyzetet sokféle módon feldarabolhatunk síkidomokra. Ezek közül talán az egyik legérdekesebb az a felosztás, ahol a kapott 4 síkidomból egy olyan négyzet alakú alakzatot tudunk összeállítani, melynek a közepén egy olyan négyzet van, amelynek oldala az eredeti négyzet oldalának a negyed része. Milyen arányban vannak felosztva a bal oldali ábrán látható négyzet oldalai?



Megoldások

- 1.) Segítség a terület kiszámításához: Legyen az egység egy kis háromszög területe. Ez a négyzet területének éppen a negyede.
- 2.) merőleges átlók: deltoid;
felező átlók: rombusz; negyedében a szögek: 30° , 90° , 60° , tehát két oldal és a rövidebbik átló szabályos háromszöget ad, tehát a terület $4 \times 6 = 24$ cm.
- 3.) 10
- 4.) A felső 4 pontból 2-t választunk csúcsnak, ez $(4 \times 3)/2 = 6$, és lent is 6, tehát $6 \times 6 = 36$ trapéz rajzolható a rácsra! De ezekből le kell vonni azoknak az idomoknak a számát, amelyek oldalait nem a berajzolt vonalak adják! Így az eredmény: 26.
- 5.)



Hozzá kell a sarkaihoz horgolni 1-1- egyenlőszárú, derékszögű háromszöget. E háromszög átfogója az eredeti négyzet oldala. E háromszög területe az eredeti négyzet területének negyede.

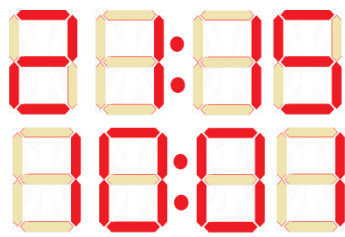
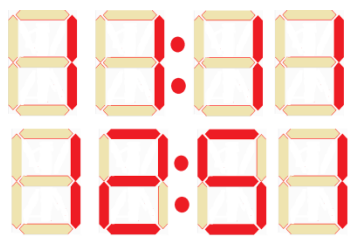
- 6.)
$$\left((4^4)^4\right)^4 = 4^{4 \times 4 \times 4} = 4^{64}$$
$$(4^4)^{44} = 4^{4 \times 44} = 4^{176}$$
- 7.) 3; $\left((4 \times 4)^4\right)^4 = (4^2)^{16} = 4^{32}$ Legnagyobb a 4^{444} .
5; 5; 4; ...
 4^{444}

3	5	5	4	5	6 ...
egy	kettő	három	négy	2, hiszen kettő betű	3, hiszen három betű

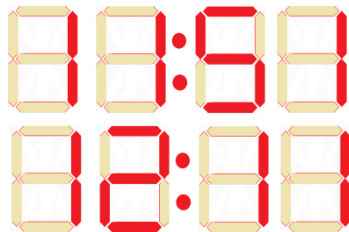
- 9.) A keresett arány: 3:5

Anna a fodrásznál

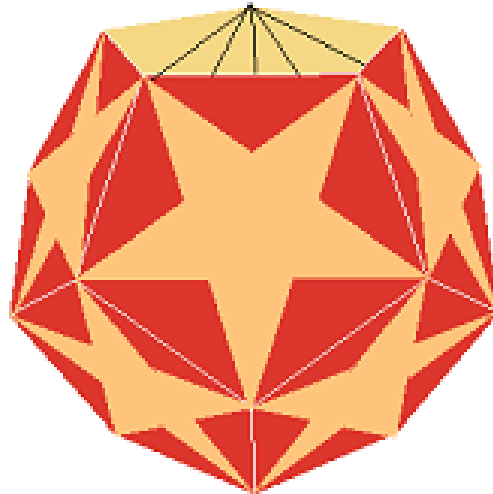
Megegyező időt mutat a tükörképóra a valósággal pl. ezekben az időpontokban:



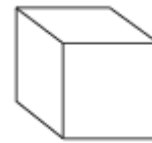
11 : 51 –et látott s a valódi időpont 12: 11 volt már!



V. Szabályos testek



V. Szabályos testek

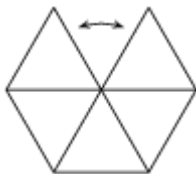
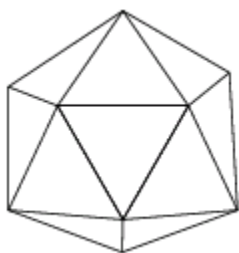


Szabályos poliéder (olyan konvex testek, amelyek oldalait egybevágó szabályos sokszögek alkotják, minden lapszögük egyenlő és a csúcsalakzataik is egybevágók) viszont csak ötféle van. Ezt a tényt már a régi görögök is ismerték. Építsük fel ezeket a szabályos testeket!

V/a Szabályos háromszögekből:

- Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben 3 ilyen lap találkozik minden csúcsban;
- és olyat is, ahol 4;
- olyat is, ahol 5;
- és próbáljunk olyat, ahol 6 találkozik! Ekkor a háromszögek már síkba terülnek ki, sohasem záródnak poliéderré.

Így keletkezik rendre az ikozaéder, az oktaéder és a tetraéder.



V/b Szabályos négyszögekből (négyzetekből):

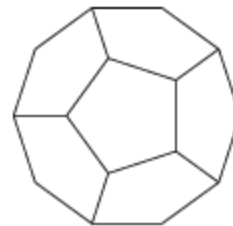
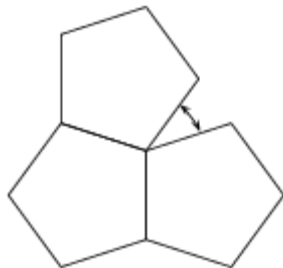
- Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben három-három négyzet találkozik a poliéder minden csúcsában,
- és próbáljunk olyat, ahol több találkozik! Négy nem találkozhat, ugyanazon okból, amiért hat háromszög sem. (90° -nak a négyszerese 360° , ugyanúgy, mint 60° -nak a hatszorosa.)

Így keletkezik a kocka (hexaéder).

V/c Szabályos ötszögekből:

Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben szabályos ötszögek találkoznak a poliéder minden csúcsában! Egy – egy csúcsban három találkozhat, mert 108° -nak a háromszorosa csak 324° s ez kisebb, mint a teljes szög.

Így keletkezik a dodekaéder.



Szabályos hatszögből már három is síkba terül, ha egy csúcsuknál összeillesztjük őket. (120° -osak a szögeik; $120^\circ \cdot 3 = 360^\circ$.)

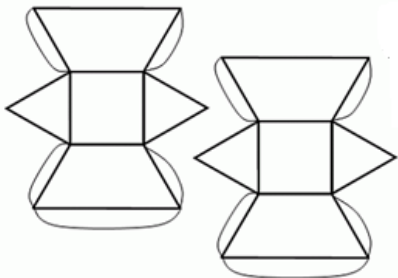
Alakzatok síkban és térben _3_ V/d

Tetraéder

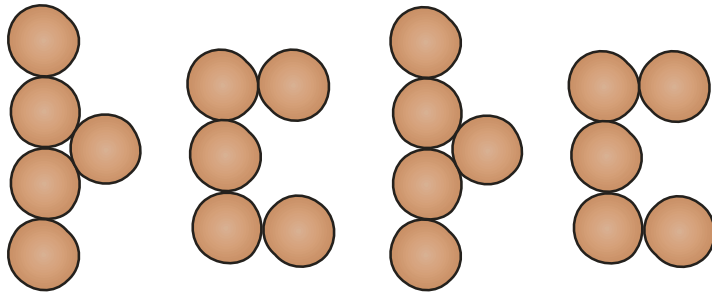
Az egyiptomi piramisok négyzet alakú gúlák, milliónyi kőből...

Ez itt csupán 2 db „kő” és olyan gúlát lehet belőlük kirakni, amelynek minden lapja szabályos háromszög.

A piramisok építőinek évekre volt szüksége a gúlájukat összerakni, és neked mennyi idő kell a két darabos „piramishoz”?



Rakj össze egy szabályos tetraédert az alábbi, golyókból összeragasztott idomokból!

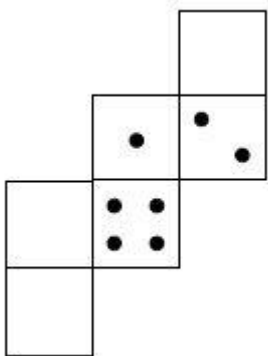


Hexaéder (kocka)

A legismertebb kocka : a dobókocka. A következő ábrán egy szabályos dobókocka hálója látható. A szabályos dobókockákra mindig igaz, hogy a szemközti lapokon lévő pontok összege 7.

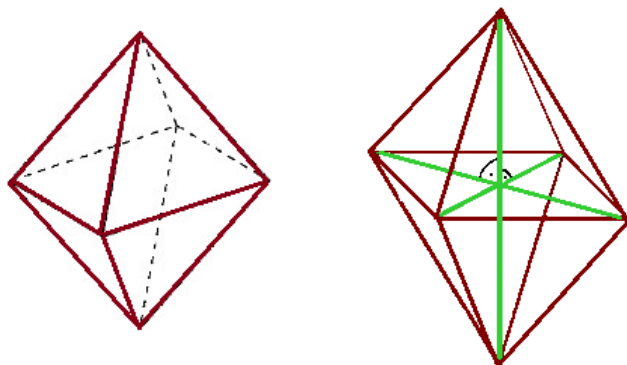
Alakzatok síkban és térben _3_ V / e

Rajzold be a dobókocka üres lapjaira a hiányzó pontokat!



Hány különböző hálója van a kockának?

Oktaéder



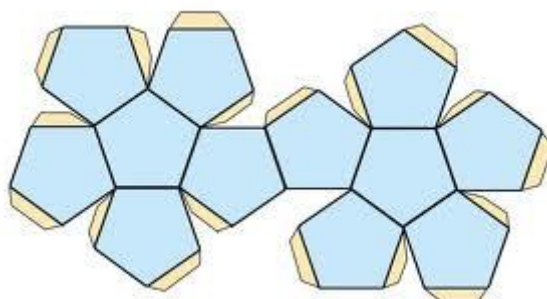
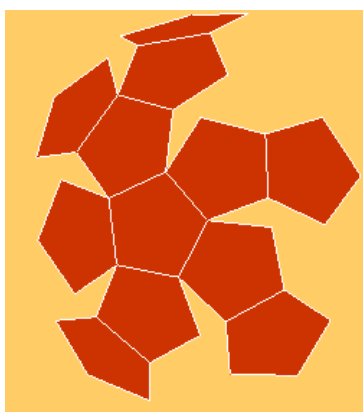
Alakzatok síkban és térben _4_ V/f

Hány testátlója van egy szabályos oktaédernek? Mekkora ezeknek a hossza, ha az oktaéder élei 10 cm hosszúak? Mekkora szöget zárhat be egy szabályos oktaéder két testátlója?

Dodekaéder

Alakzatok síkban és térben _4_ V/g

Rajzoljunk egy szabályos ötszöget, s ezt minden oldalára tükrözzük! A tükrözéssel nyert szabályos ötszögeket hajtsuk fel az eredeti ötszöggel közös oldalélek mentén addig, míg 2-2 össze nem ér!

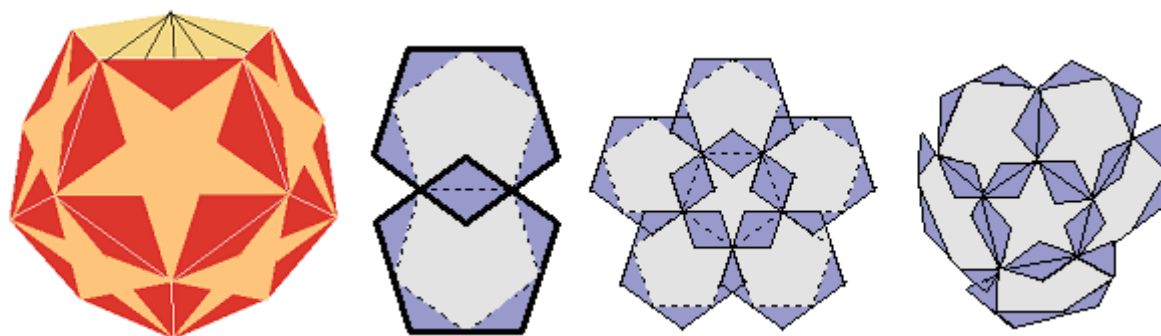


Készítsük el még egyszer az előzőekben leírt alakzatot!

Igaz-e, hogy ebből a kettő alakzatból összerakható egy szabályos dodekaéder?

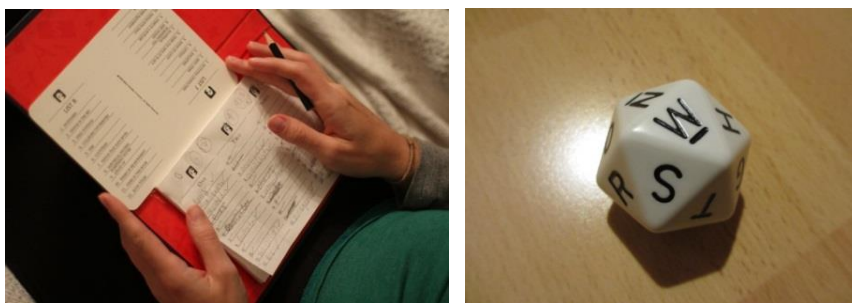
Egy dekoratív lámpion is készülhet 11 darab szabályos ötszög összeragasztásával! Itt a ragasztási felületeket a nagyobb ötszöglapokba beírt kisebb ötszögek oldalélei határolják!

Az első ötszögre ragasszunk fel öt darab ötszöget az ábrán látható módon felhajtva, majd a maradék ötszöggel formázzuk a testet dodekaéderré. A 12. lap hiányzik, hiszen ennek a helyén át tehetjük be a lampionba a helyére a mécsest.



Ikozaéder

Az ország – város játékban alkalmazhatjuk betűkiválasztásra az ikozaédert, ha a magyar abc 20 betűjét ráírjuk a lapjaira. A lapokra gyakran használt betűket írjunk!



V/h Készítsünk öt darab ikozaédert kartonpapírból! Dobjunk velük egyszerre! A kidobott betűkből készítsünk legfeljebb öt betűs értelmes szavakat!

Játék

Pólus

2-6 játékos részére

Kellékek:

5 dobótest (szabályos testek számozott oldalakkal), pontozólapok

A játék rövid leírása: a játékosok a dobótestek közül kettővel dobnak; egy körön belül mindenki legfeljebb egymás után háromszor, hogy elérje az 5, 10, 15, 20 vagy 25 pontot. Aki elsőként megszerez pontosan 100 pontot, az lesz a győztes.

A játék menete:

1. dobás

Választani kell 2 dobótestet és dobni kell egyszerre a kettővel. A dobás után kapott számok összege legyen 5, 10, 15, 20 vagy 25!

Ha ezek közül egyik sem sikerülne, akkor következik a második dobás.

2. dobás

A második és a harmadik dobásnál

- az egyik dobótestet lecserélhetjük egy új dobótestre és dobhatunk a megtartott és az új dobótesttel együtt.

- Szabad azonban csak az új „kockával” dobni, és a maghagyott értékéhez adni a dobott számot.

- Nem kötelező azonban lecserélni a „kockákat”, lehet újra dobni akár egyikkel, akár mind a kettővel is.

- Lehet azonban dönteni úgy is, hogy mindkét dobótestet kicseréljük és az újjakkal dobunk.

Ha a második dobásra nem sikerül elérni egyik pontszámot sem, akkor következhet a harmadik dobás, ugyanilyen szabályok mellett!

Pontozás: Ha nem sikerül a harmadik dobásra sem elérni a célt, akkor a pontozólap egyik mezőjét húzzuk ki! Azonban jól gondoljuk át, melyik mezőt húzzuk ki.

Ha a három dobásból elértük valamelyik kijelölt pontszámot, akkor a pontozólapon tegyünk egy x-et a megfelelő helyre.

	ANNA	SÁRA	ZSÓFIA
5 pont			
10 pont			
15 pont			
20 pont			
25 pont			

A játék akkor ér véget, amikor valaki pontosan 100 pontot ér el (pl. 4×25 vagy $4 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 5$ pont...)

Kutatási feladat:

V/ K 1

Készíts tablót, amelyben az ásványok és a szabályos testek formavilágát hasonlítod össze!



Feladatok

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/1.

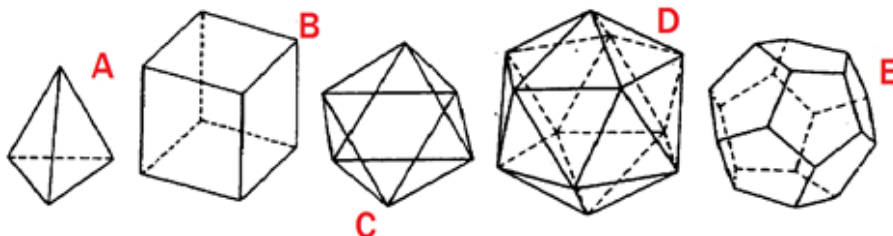
Jelöld be az igaz állításokat!

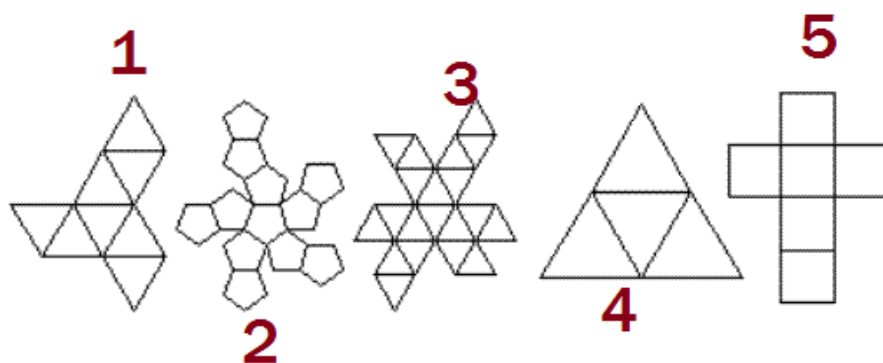
- a. Az oktaéder minden oldallapja szabályos háromszög.
- b. Van olyan szabályos test, amelynek minden lapja szabályos hatszög.
- c. Ha egy poliédernek 6 lapja van és 10 éle, akkor a csúcsainak száma 6.
- d. A dodekaédernek több lapja van, mint az ikozaédernek.
- e. A szabályos ikozaédernek ugyanannyi lapja van, mint éle.
- f. A kockának van szabályos hatszög alakú síkmetszete.

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 2.

Testek és testhálók

Társítsd a szabályos testeket a megadott testhálózatokkal!



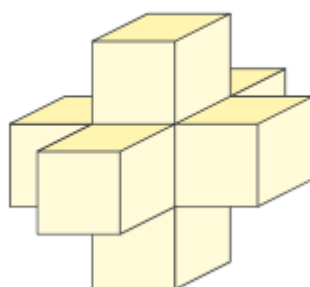


Valószínűesszámitás _ 3_ V/3.

Egy szabályos tetraéder oldalaira ráírták az 1,6,7,8 számjegyeket! Dobjunk a tetraéderrel ötször egymás után és írjuk fel a tetraéder alaplaján lévő számot mindhárom esetben! Képezzünk ezekből a számjegyekből egy ötjegyű számot úgy, hogy az elsőnek dobott kerüljön a százezresek helyére, a másodikként dobott érték a tízezresek helyére, stb. Mekkora a valószínűsége, hogy a kapott ötjegyű szám páratlan lesz?
1/2; 1/4; 2/3; 1/3

Alakzatok síkon és térben_ 4_ V/4.

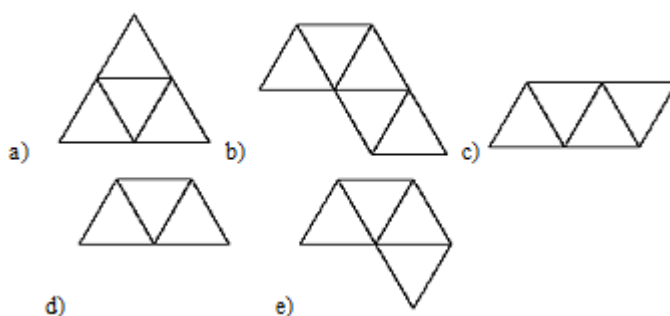
Egy 1cm élű kocka minden lapjára ragasszunk egy ugyanilyen kockát! Számítsd ki a test felszínét!



6 cm²
36 cm²
30 cm²
48 cm²

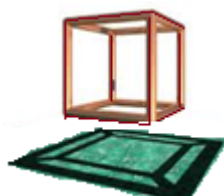
Alakzatok síkon és térben_ 3_ V/5.

Melyik lehet egy tetraéder hálója?

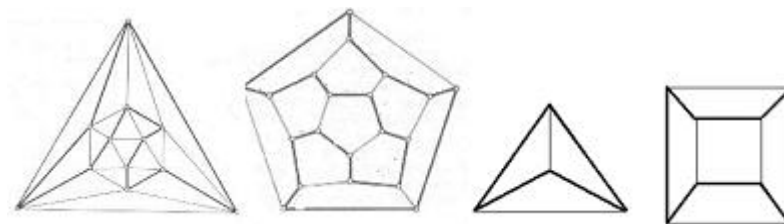


Alakzatok síkon és térben_ 3_ V/ 6.

A Schlegel-diagram a poliéderek síkbeli ábrázolására szolgáló térkép.



Mely szabályos test élvázából készített gráf hiányzik?



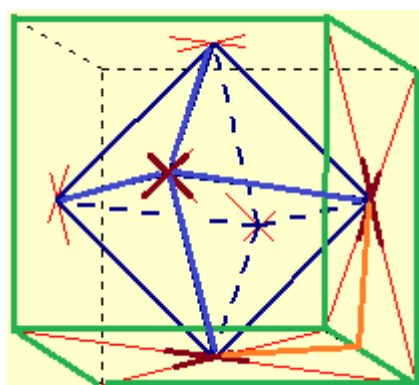
Valószínűesszámitás _ 3_ V/ 7.

Egy dodekaéder lapjaira ráírtuk a számokat 1-12-ig. Mekkora a valószínűsége, hogy

- a dobott szám 4-gyel osztható,
- a dobott szám 3-mal osztható?

Alakzatok síkban és térben _ 6_ V/ 8.

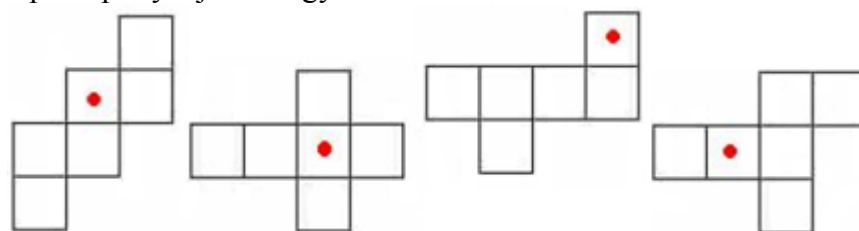
Ha egy kocka lapközpontjait összekötjük, akkor egy szabályos oktaédert kapunk. Az alábbi állítások közül melyik igaz?



- A kocka és az oktaéder felszínének az aránya racionális szám.
- Az oktaéder felszíne nagyobb, mint a kocka felszínének a harmada.
- Az oktaéder éle a kocka lapátlójának a fele.
- A kocka térfogata az oktaéder térfogatának négyszerese.
- A kocka felszíne az oktaéder felszínének a $\sqrt{3}$ - szorosa.

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 9.

Ha kockává hajtogatnánk az alábbi hálót, akkor melyik négyzet lesz a piros pöttyel jelölt négyzettel szemben?



Alakzatok síkban és térben _ 4_ V / 10.

Lehet-e olyan, kockától különböző testet készíteni, amelynek minden oldallapja négyzet?

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 11.

Lehet-e egy szabályos oktaédert szabályos hatszögben metszeni? Készíts ábrát!

Megoldások

- 1.) a- igaz
b- hamis
c-igaz
d-hamis
e-hamis
f –igaz

- 2.) A – 4
B – 5
C – 1
D – 3
E – 2

3.) $1/2$

4.) 30 cm^2

5.) a; c

6.) Hiányzik az oktaéder.

7.)

a. A tizenkét számból három osztható 4-gyel : 4, 8, 12.

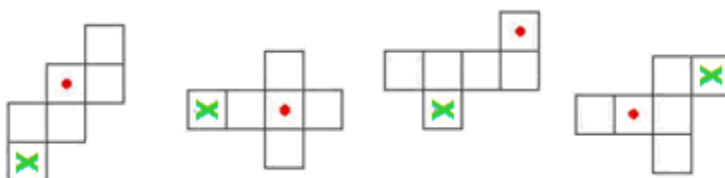
$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

b. A tizenkét számból négy osztható 3-mal : 3, 6, 9, 12 .

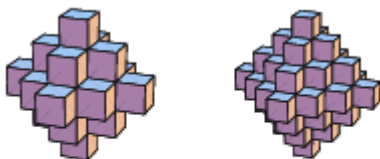
$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

8.) c

9.)



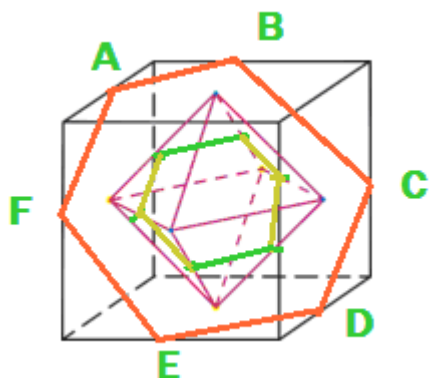
10.)



11)

Egy
szabályos hatszögben metszi.

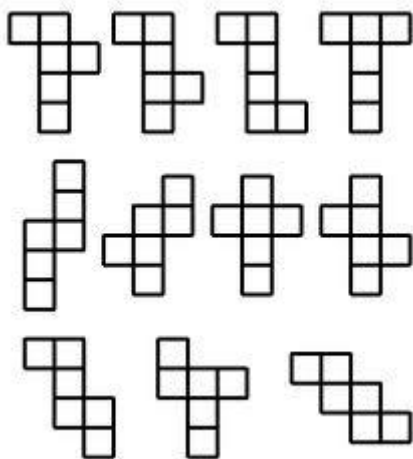
kockához található olyan sík, amely a kockát



Ez a sík az A, B, C, D, E, F oldalfelező pontokon halad át, s a kivágott hatszög oldala a kocka lapátlójának fele. Ezen hatszög oldalaival párhuzamost húzva az ábrán látható 6 élt felezzük meg az oktaédernek s ezeket a pontokat összekötve (zöld vonalak) kapjuk a keresett szabályos hatszögmetszetet.

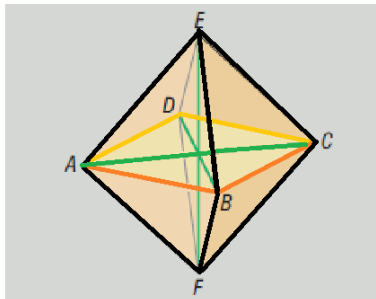
A JÁTÉKOKHOZ TARTOZÓ MEGOLDÁSOK

Hány különböző hálója van a kockának?



11 –féle

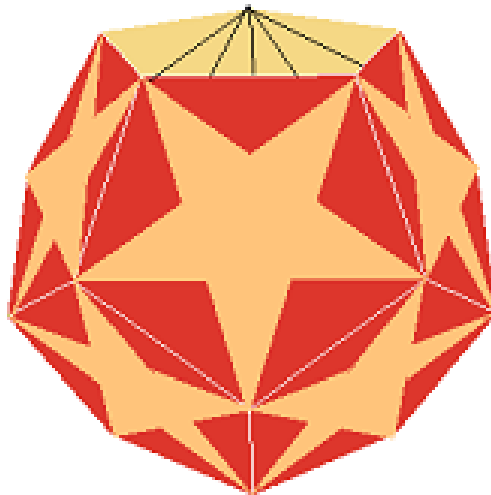
Hány testátlója van egy szabályos oktaédernek? Mekkora ezeknek a hossza, ha az oktaéder élei 10 cm hosszúak? Mekkora szöget zárhat be egy szabályos oktaéder két testátlója?



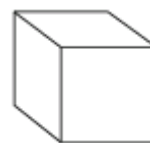
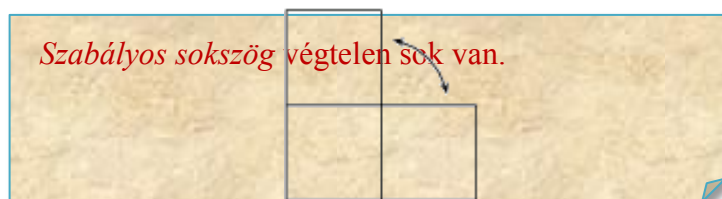
A szabályos oktaédernek 3 testátlója van, amelyeket az ábrán zölddel jelöltünk meg. Mindegyik testátló egy-egy 10 cm oldalú **négyzetnek az átlója** (pl. az AC testátló az ABCD négyzet átlója), ezért hosszuk $10\sqrt{2} \approx 14,14\text{cm}$.

Bármely két testátlót is választjuk ki, azok biztosan egy négyzet átlói (pl. az AC és BD testátlók az ABCD négyzet átlói), ezért a szabályos oktaéder bármely **két testátlója merőleges** egymásra.

V. Szabályos testek



V. Szabályos testek

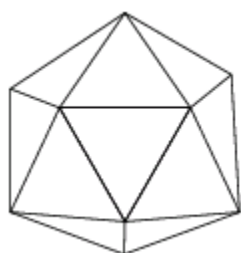


Szabályos poliéder (olyan konvex testek, amelyek oldalait egybevágó szabályos sokszögek alkotják, minden lapszögük egyenlő és a csúcsalakzataik is egybevágók) viszont csak ötféle van. Ezt a tényt már a régi görögök is ismerték. Építsük fel ezeket a szabályos testeket!

V/a Szabályos háromszögekből:

- e) Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben 3 ilyen lap találkozik minden csúcsban;
- f) és olyat is, ahol 4;
- g) olyat is, ahol 5;
- h) és próbáljunk olyat, ahol 6 találkozik! Ekkor a háromszögek már síkba terülnek ki, sohasem záródnak poliéderré.

Így keletkezik rendre az ikozaéder, az oktaéder és a tetraéder.



V/b Szabályos négyszögekből (négyzetekből):

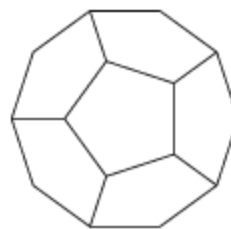
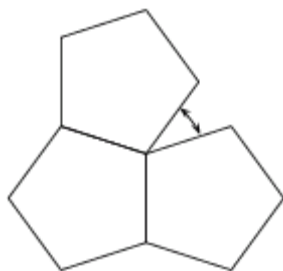
- c) Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben három-három négyzet találkozik a poliéder minden csúcsában,
- d) és próbáljunk olyat, ahol több találkozik! Négy nem találkozhat, ugyanazon okból, amiért hat háromszög sem. (90° -nak a négyszerese 360° , ugyanúgy, mint 60° -nak a hatszorosa.)

Így keletkezik a kocka (hexaéder).

V/c Szabályos ötszögekből:

Ragasszunk össze olyan poliédert, amelyben szabályos ötszögek találkoznak a poliéder minden csúcsában! Egy – egy csúcsban három találkozhat, mert 108° -nak a háromszorosa csak 324° s ez kisebb, mint a teljes szög.

Így keletkezik a dodekaéder.



Szabályos hatszögből már három is síkba terül, ha egy csúcsuknál összeillesztjük őket. (120° -osak a szögeik; $120^\circ \cdot 3 = 360^\circ$.)

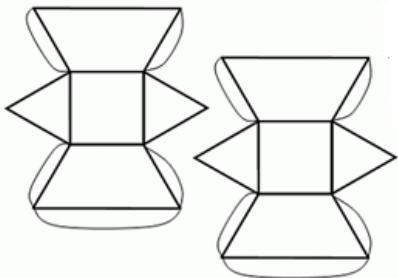
Alakzatok síkban és térben _3_ V/d

Tetraéder

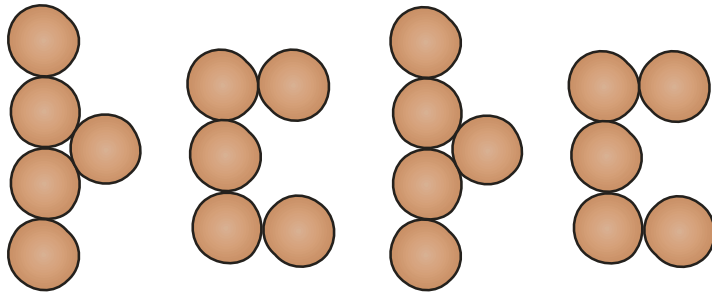
Az egyiptomi piramisok négyzet alakú gúlák, milliónyi kőből...

Ez itt csupán 2 db „kő” és olyan gúlát lehet belőlük kirakni, amelynek minden lapja szabályos háromszög.

A piramisok építőinek évekre volt szüksége a gúlájukat összerakni, és neked mennyi idő kell a két darabos „piramishoz”?



Rakj össze egy szabályos tetraédert az alábbi, golyókból összeragasztott idomokból!

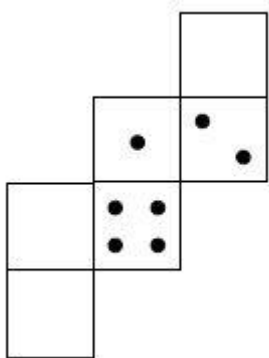


Hexaéder (kocka)

A legismertebb kocka : a dobókocka. A következő ábrán egy szabályos dobókocka hálója látható. A szabályos dobókockákra mindig igaz, hogy a szemközti lapokon lévő pontok összege 7.

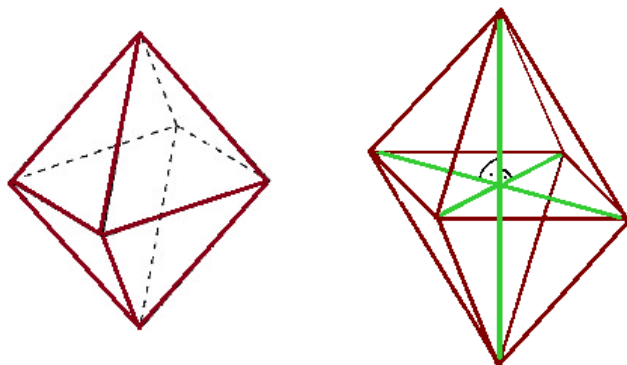
Alakzatok síkban és térben _3_ V / e

Rajzold be a dobókocka üres lapjaira a hiányzó pontokat!



Hány különböző hálója van a kockának?

Oktaéder



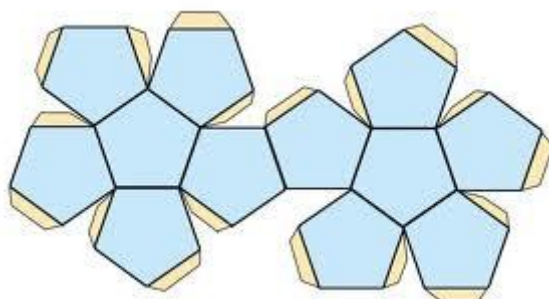
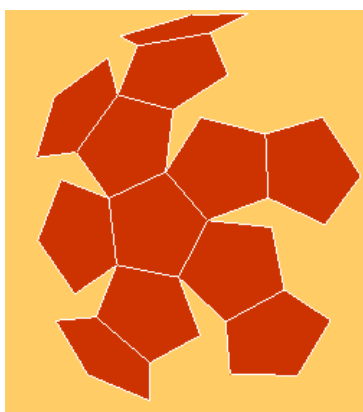
Alakzatok síkban és térben _4_ V/f

Hány testátlója van egy szabályos oktaédernek? Mekkora ezeknek a hossza, ha az oktaéder élei 10 cm hosszúak? Mekkora szöget zárhat be egy szabályos oktaéder két testátlója?

Dodekaéder

Alakzatok síkban és térben _4_ V/g

Rajzoljunk egy szabályos ötszöget, s ezt minden oldalára tükrözzük! A tükrözéssel nyert szabályos ötszögeket hajtsuk fel az eredeti ötszöggel közös oldalélek mentén addig, míg 2-2 össze nem ér!

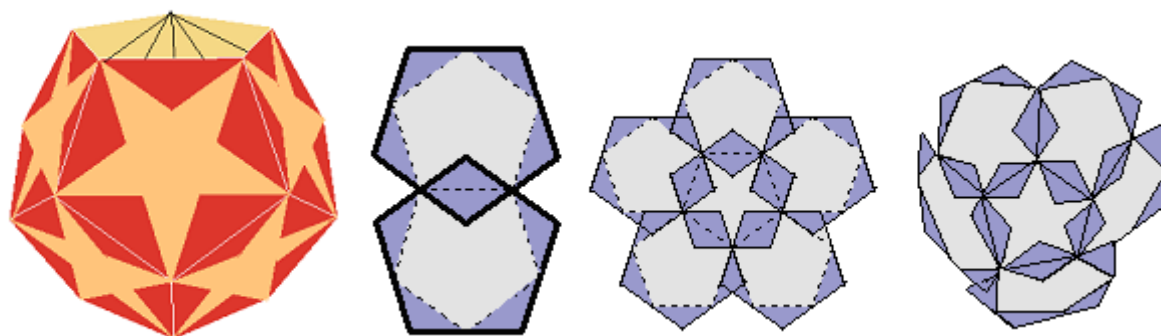


Készítsük el még egyszer az előzőekben leírt alakzatot!

Igaz-e, hogy ebből a kettő alakzatból összerakható egy szabályos dodekaéder?

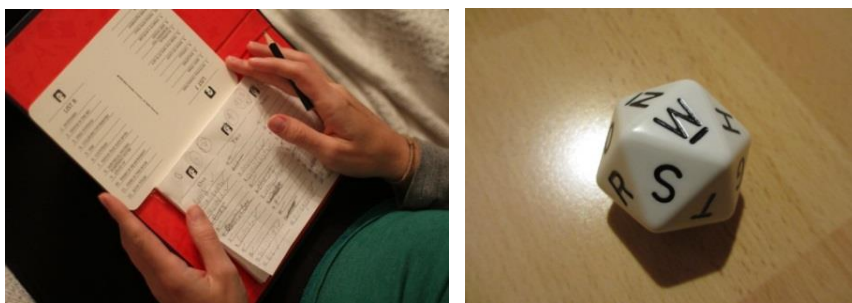
Egy dekoratív lámpion is készülhet 11 darab szabályos ötszög összeragasztásával! Itt a ragasztási felületeket a nagyobb ötszöglapokba beírt kisebb ötszögek oldalélei határolják!

Az első ötszögre ragasszunk fel öt darab ötszöget az ábrán látható módon felhajtva, majd a maradék ötszöggel formázzuk a testet dodekaéderré. A 12. lap hiányzik, hiszen ennek a helyén át tehetjük be a lampionba a helyére a mécsest.



Ikozaéder

Az ország – város játékban alkalmazhatjuk betűkiválasztásra az ikozaédert, ha a magyar abc 20 betűjét ráírjuk a lapjaira. A lapokra gyakran használt betűket írunk!



V/h Készítsünk öt darab ikozaédert kartonpapírból! Dobjunk velük egyszerre! A kidobott betűkből készítsünk legfeljebb öt betűs értelmes szavakat!

Játék

Pólus

2-6 játékos részére

Kellékek:

5 dobótest (szabályos testek számozott oldalakkal), pontozólapok

A játék rövid leírása: a játékosok a dobótestek közül kettővel dobnak; egy körön belül mindenki legfeljebb egymás után háromszor, hogy elérje az 5, 10, 15, 20 vagy 25 pontot. Aki elsőként megszerez pontosan 100 pontot, az lesz a győztes.

A játék menete:

3. dobás

Választani kell 2 dobótestet és dobni kell egyszerre a kettővel. A dobás után kapott számok összege legyen 5, 10, 15, 20 vagy 25!

Ha ezek közül egyik sem sikerülne, akkor következik a második dobás.

4. dobás

A második és a harmadik dobásnál

- az egyik dobótestet lecserélhetjük egy új dobótestre és dobhatunk a megtartott és az új dobótesttel együtt.

- Szabad azonban csak az új „kockával” dobni, és a maghagyott értékéhez adni a dobott számot.

- Nem kötelező azonban lecserélni a „kockákat”, lehet újra dobni akár egyikkel, akár mind a kettővel is.

- Lehet azonban dönteni úgy is, hogy mindkét dobótestet kicseréljük és az újjakkal dobunk.

Ha a második dobásra nem sikerül elérni egyik pontszámot sem, akkor következhet a harmadik dobás, ugyanilyen szabályok mellett!

Pontozás: Ha nem sikerül a harmadik dobásra sem elérni a célt, akkor a pontozólap egyik mezőjét húzzuk ki! Azonban jól gondoljuk át, melyik mezőt húzzuk ki.

Ha a három dobásból elértük valamelyik kijelölt pontszámot, akkor a pontozólapon tegyünk egy x-et a megfelelő helyre.

	ANNA	SÁRA	ZSÓFIA
5 pont			
10 pont			
15 pont			
20 pont			
25 pont			

A játék akkor ér véget, amikor valaki pontosan 100 pontot ér el (pl. 4×25 vagy $4 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 5$ pont...)

Kutatási feladat:

V/ K 1

Készíts tablót, amelyben az ásványok és a szabályos testek formavilágát hasonlítod össze!



Feladatok

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/1.

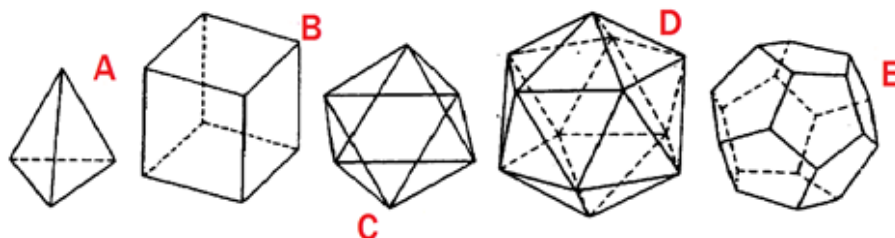
Jelöld be az igaz állításokat!

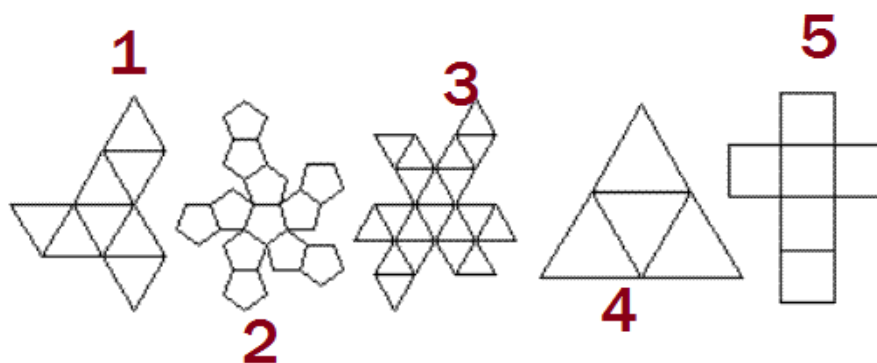
- Az oktaéder minden oldallapja szabályos háromszög.
- Van olyan szabályos test, amelynek minden lapja szabályos hatszög.
- Ha egy poliédernek 6 lapja van és 10 éle, akkor a csúcsainak száma 6.
- A dodekaédernek több lapja van, mint az ikozaédernek.
- A szabályos ikozaédernek ugyanannyi lapja van, mint éle.
- A kockának van szabályos hatszög alakú síkmetszete.

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 2.

Testek és testhálók

Társítsd a szabályos testeket a megadott testhálózatokkal!



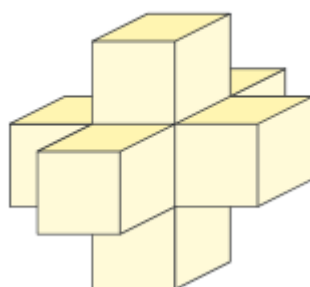


Valószínűesszámitás _ 3_ V/3.

Egy szabályos tetraéder oldalaira ráírták az 1,6,7,8 számjegyeket! Dobjunk a tetraéderrel ötször egymás után és írjuk fel a tetraéder alaplaján lévő számot mindhárom esetben! Képezzünk ezekből a számjegyekből egy ötjegyű számot úgy, hogy az elsőnek dobott kerüljön a százezresek helyére, a másodikként dobott érték a tízezresek helyére, stb. Mekkora a valószínűsége, hogy a kapott ötjegyű szám páratlan lesz?
1/2; 1/4; 2/3; 1/3

Alakzatok síkon és térben_ 4_ V/4.

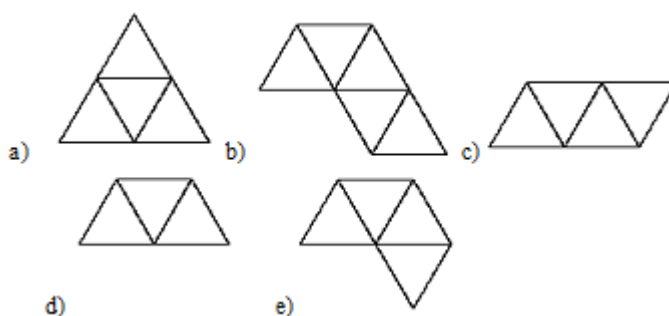
Egy 1cm élű kocka minden lapjára ragasszunk egy ugyanilyen kockát! Számítsd ki a test felszínét!



6 cm²
36 cm²
30 cm²
48 cm²

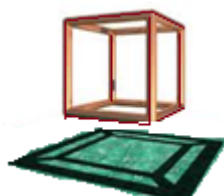
Alakzatok síkon és térben_ 3_ V/5.

Melyik lehet egy tetraéder hálója?

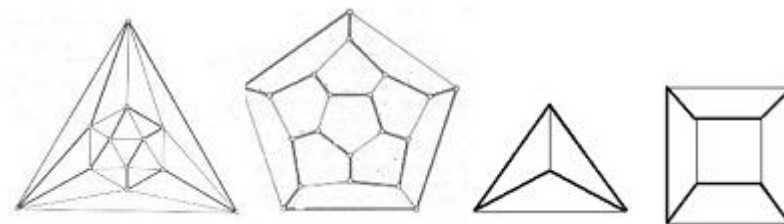


Alakzatok síkon és térben_ 3_ V/ 6.

A Schlegel-diagram a poliéderek síkbeli ábrázolására szolgáló térkép.



Mely szabályos test élvázából készített gráf hiányzik?



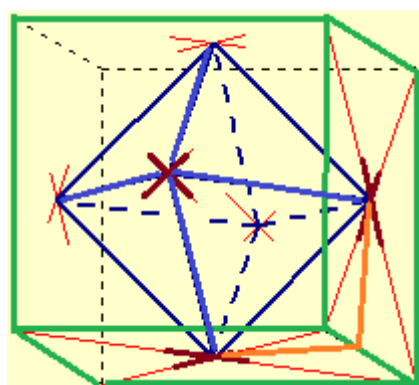
Valószínűesszámitás _ 3_ V/ 7.

Egy dodekaéder lapjaira ráírtuk a számokat 1-12-ig. Mekkora a valószínűsége, hogy

- c. a dobott szám 4-gyel osztható,
- d. a dobott szám 3-mal osztható?

Alakzatok síkban és térben _ 6_ V/ 8.

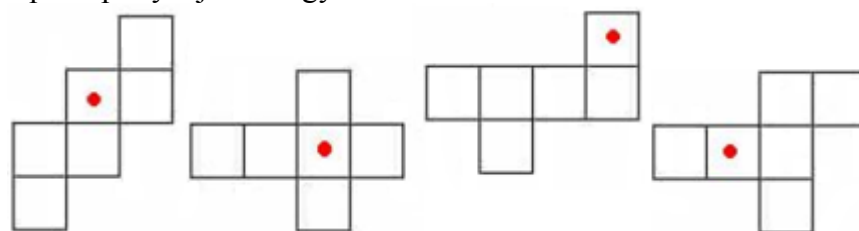
Ha egy kocka lapközéppontjait összekötjük, akkor egy szabályos oktaédert kapunk. Az alábbi állítások közül melyik igaz?



- a. A kocka és az oktaéder felszínének az aránya racionális szám.
- b. Az oktaéder felszíne nagyobb, mint a kocka felszínének a harmada.
- c. Az oktaéder éle a kocka lapátlójának a fele.
- d. A kocka térfogata az oktaéder térfogatának négyszerese.
- e. A kocka felszíne az oktaéder felszínének a $\sqrt{3}$ - szorosa.

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 9.

Ha kockává hajtogatnánk az alábbi hálót, akkor melyik négyzet lesz a piros pöttyel jelölt négyzettel szemben?



Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 10.

Lehet-e olyan, kockától különböző testet készíteni, amelynek minden oldallapja négyzet?

Alakzatok síkban és térben _ 4_ V/ 11.

Lehet-e egy szabályos oktaédert szabályos hatszögben metszeni?
Készíts ábrát!

Megoldások

- 9.) a- igaz
b- hamis
c-igaz
d-hamis
e-hamis
f –igaz

- 10.) A – 4
B – 5
C – 1
D – 3
E – 2

- 11.) $\frac{1}{2}$
12.) 30 cm^2
13.) a; c
14.) Hiányzik az oktaéder.
15.)

- c. A tizenkét számból három osztható 4-gyel : 4, 8, 12.

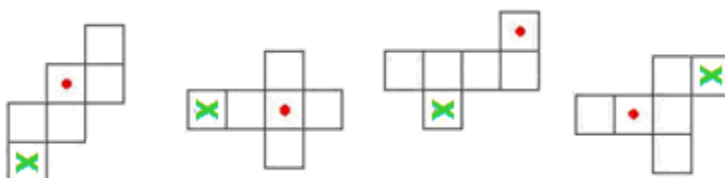
$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

- d. A tizenkét számból négy osztható 3-mal : 3, 6, 9, 12 .

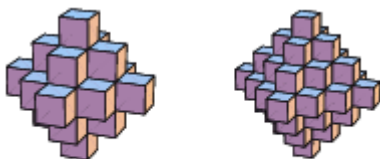
$$P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

- 16.) c

9.)



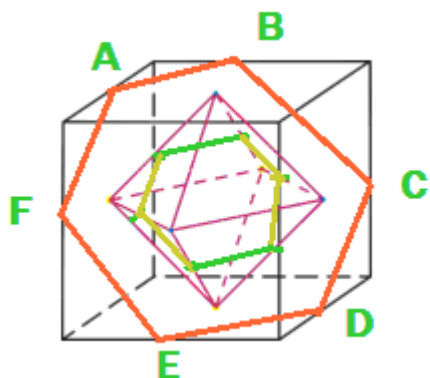
10.)



11)

Egy
szabályos hatszögben metszi.

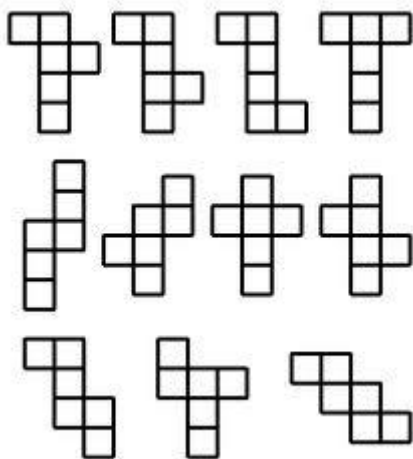
kockához található olyan sík, amely a kockát



Ez a sík az A, B, C, D, E, F oldalfelező pontokon halad át, s a kivágott hatszög oldala a kocka lapátlójának fele. Ezen hatszög oldalait párhuzamosan húzva az ábrán látható 6 élt felezzük meg az oktaédernek s ezeket a pontokat összekötve (zöld vonalak) kapjuk a keresett szabályos hatszögmetszetet.

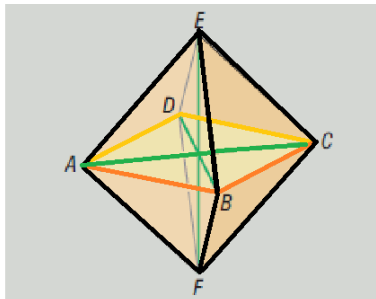
A JÁTÉKOKHOZ TARTOZÓ MEGOLDÁSOK

Hány különböző hálója van a kockának?



11 –féle

Hány testátlója van egy szabályos oktaédernek? Mekkora ezeknek a hossza, ha az oktaéder élei 10 cm hosszúak? Mekkora szöveget zárhat be egy szabályos oktaéder két testátlója?



A szabályos oktaédernek 3 testátlója van, amelyeket az ábrán zölddel jelöltünk meg. Mindegyik testátló egy-egy 10 cm oldalú **négyzetnek az átlója** (pl. az AC testátló az ABCD négyzet átlója), ezért hosszuk $10\sqrt{2} \approx 14,14\text{cm}$.

Bármely két testátlót is választjuk ki, azok biztosan egy négyzet átlói (pl. az AC és BD testátlók az ABCD négyzet átlói), ezért a szabályos oktaéder bármely **két testátlója merőleges** egymásra.



VI. Kockológia

Játékok

A nyerő négyes

Játék két személyre

Kellékek: 8 db sötét és 8 db világos színű dobókocka; egy 4x4 mezős tábla, váltakozó sötét – világos mezőkkel.

A játék menete:

A játékosok a kidobott 16 kocka közül válogathatnak, egymás után egy – egy tetszőleges kockát helyeznek fel a táblára.

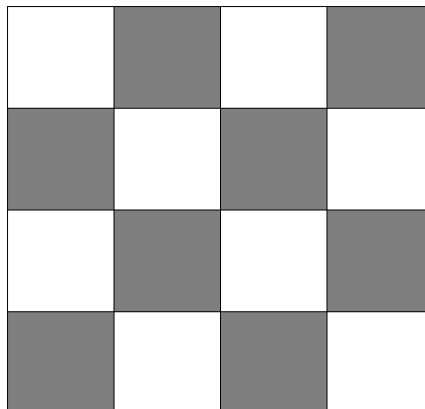
A kockákat a dobás után nem lehet átfordítani, illetve a táblára már felrakott kocka helyét nem lehet megváltoztatni!

Mindkét játékos célja az, hogy elsőként rakja ki az ún. nyerő négyest (azaz ő helyezze be a nyerő négyes sor negyedik kockáját!).

A nyerő vonalat négy kocka alkotja, amelyek

- mind páratlanok vagy mind párosak;
- egymást követő számok (tehát 1;2;3;4 vagy 2;3;4;5 vagy 3;4;5;6).
- mind a négy, egymás után álló világos vagy négy sötét színű;
- a kockák színe megegyezik a tábla színével (azaz pl. egy világos színű kocka világos mezőn áll).

Az a játékos nyer, ki először kiegészít egy sort (oszlopot vagy átlót)



Gördülő kockák

A játék kezdetén a kockákat az ábrának megfelelő módon kell a 9x8-as méretű táblára elhelyezni úgy, hogy mindegyiken a 4-es nézzen befelé.

Cél: vagy leütni az ellenfél kulcsfiguráját (ez áll középen és különlegesen van pöttyözve), vagy a saját kulcsfigurát kell eljuttatnia az ellenfél kulcsfigurájának kiindulási helyére.

A játék során az egyik játékos a sötét, másik játékos a világos kockákkal játszik; s a világos kezd.

Minden lépés alkalmával egyetlen kockát kell mozgatni az átgörgetésével.



A kockák mozgatása:

1. A kockát annyi mezőn át lehet görgetni, ahány pötty van a kocka felső lapján a mozgítás megkezdése előtt.
2. A kockák egy lépésen belül egyszer válhatnak irányt.
3. A kockák átlósan nem gördíthetők!
4. A kockák nem ugorhatják át egymást!
5. A kockák léphetnek előre, hátra vagy oldalt.
6. Nem szabad visszafordulni ugyanazon lépésen belül!
7. A kulcsfigura egy lépésen belül csak egy mezőt léphet!
8. Amelyik bábuval megkezdjük a lépést, azzal kell befejeznünk!
9. A kockákat csak akkor szabad felemelni, amikor leütik őket.



Ütés:

Az ellenfél kockáját akkor üthetjük le (vehetjük le a tábláról), ha azon a mezőn fejezzük be (pontosan) a lépésünket, ahol az adott bábu állt!

BKJ - bal – közép-jobb

Kellékek: három olyan speciális kocka, amelyekre a B-K-J-*-*-* betűket - jeleket írták fel; játékosonként minimum 3 zseton.

Játékosok száma: minimum 3.

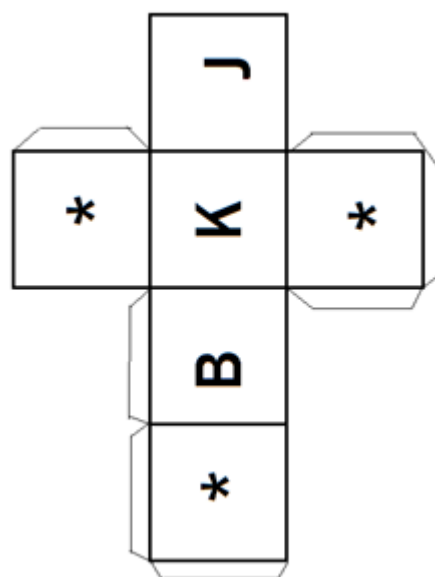
A játék menete: Az első játékos dob a kockákkal.

A dobott B (bal) – betűk száma határozza meg, hogy hány darab zsetont kell átadnia a tőle balra levő játékosnak. (Tehát ha pl. B – B – K betűket dobta, akkor a 2 B miatt két zsetont kell átadnia.)

A dobott J (jobb) – betűk száma határozza meg, hogy hány darab zsetont kell átadnia a tőle jobbra levő játékosnak. (Tehát ha pl. J – B – * betűket dobta, akkor az egy J miatt egy zsetont kell átadnia.)

A dobott K (közép) betűk száma pedig azt határozza meg, hogy hány zsetont kell középre tenni.

A csillag semleges, nem jelez zsetonátadást.



Amikor egy játékosnak már csak 2 vagy 1 zsetonja van, akkor már csak 2 illetve 1 kockával kell dobnia.

Amikor egy játékosnak elfogy az összes zsetonja,

akkor nem esik ki a játékból, csak kimarad egy dobásból és a kockákat át kell adnia a következő játékosnak.

A játékot az nyeri meg, akinek egyedülként marad zsetonja. Övé az asztal közepére berakott összes zseton is!

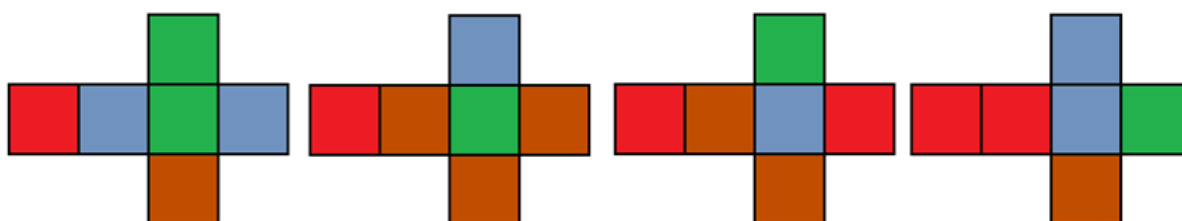
Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI b

Négyes torony

Adott tehát 4 kocka, az oldalaik 4 színnel vannak színezve. A kockák hálójá az ábrán látható. Elkészíthető kartonpapírból kivágva, kiszínezve vagy fakockák oldalait kifestve.

A játék célja, hogy létrejöjjön egy torony, amelynek mind a négy oldalán mind a négy szín megjelenjen!

Vajon készíthető a kockákból olyan torony is, amelynek az oldalain csak egy – egy szín látható?

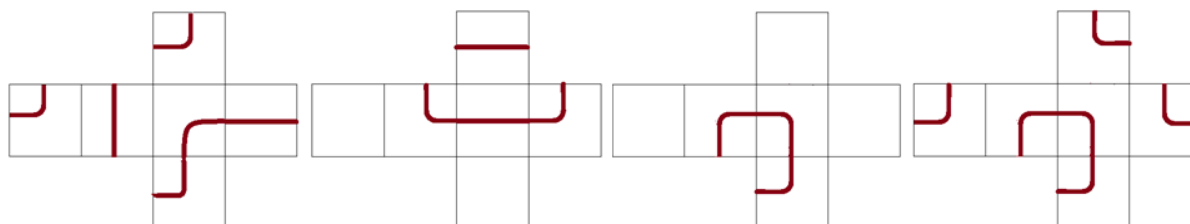


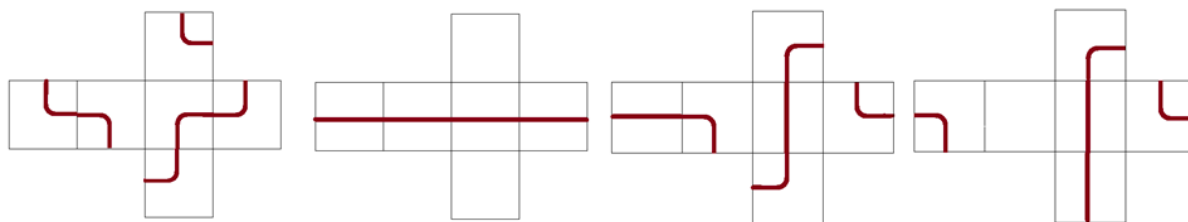
Alakzatok síkban és térben _ 6_ VI / c

Kösd át a csomagot!

Itt látható nyolc kocka hálójá. A rájuk rajzolt vonalak az összeállított kockákon zárt görbét alkotnak. Készítsük el ennek megfelelően a nyolc kockát! Lehet fakockák oldalára rajzolni, vagy kartonpapírból kivágni és összeragasztani. Ebben az esetben ne felejtünk el kivágásnál az összeragasztáshoz füleket hagyni!

Az alábbi 8 darab kicsi kockából össze tudunk állítani egy 2 egység oldalú nagyobb kockát! Ám most jön a feladat: illesszük őket úgy össze, hogy a kockalapokon végigfutó vonal ne szakadjon meg!

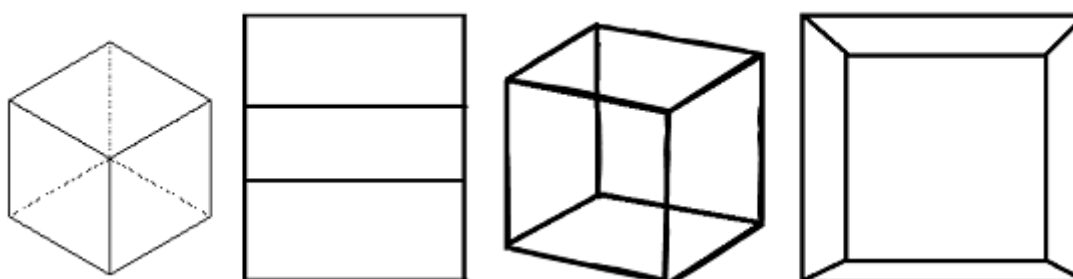




Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI / d

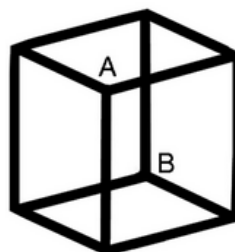
Drótkocka

Fogjuk kézbe a drótból készült kockát! (Ez a kocka élhálója.) Hogyan kell tartanunk, hogy az alábbi képeket lássuk?



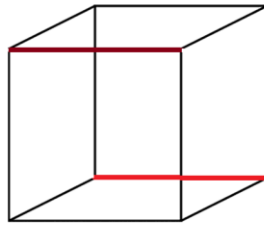
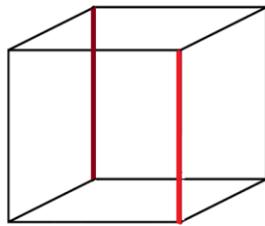
Látja? Nem látja? Na, látja!

Az A vagy a B pont látszik közelebbinek?

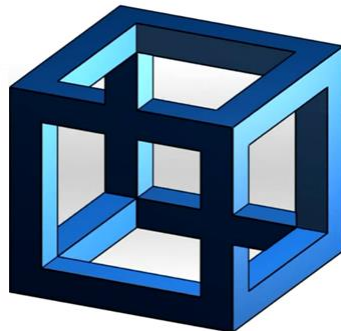


M. C. Escher a Belvedere című képének egy részletéről írta: "Alul, az előtér baloldalán hever egy papírlap, amelyre egy kocka vonalai vannak felrajzolva. Két kör jelöli azokat a részeket, ahol a vonalak kereszteződnek. Melyik vonal van elől, és melyik hátul? Egy időben elől is, hátul is lenni, ez a háromdimenziós világban lehetetlen, ezért nem is lehet ábrázolni. Mégis rajzolható olyan tárgy, amely fölülről nézve más realitásnak felel meg, mint alulról. A fiú, aki a padon ül, egy ilyen kockaforma abszurdumot tart a kezében. Elgondolkozva szemléli a lehetetlen tárgyat..." M. Escher





A papírlapon csak egy egyszerű láthatósági hibát látunk: "elrontjuk" az élek láthatóság szerinti kihúzását.



A „lehetetlen kocka” :

Öröknaptár

Az öröknaptár - ahogyan a neve is mutatja – hónapról hónapra újra felhasználható, mert a dátumok nincsenek konkrét naphoz kötve. A két kocka, oldalukon számokkal, egymás mellé téve mutatják az aznapi dátumot.

Hozzávalók:

- 2 db fakocka
- akrilfesték,
- kis doboz, amelybe a két kocka egymás mellett elfér.

A fakockák oldalaira az alábbiak szerint írd fel a számokat:

első kocka: 0,1,2,3,4,5

második kocka: 0,1,2,6,7,8

Azonban kérdés, hogy a kilences nem kell?





A régi építőkockás dobozból vedd ki két egyforma darabot. Az egyikre a következő számokat rajzold fel: 0, 1, 2, 6, 7, 8. A másikra pedig: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Jogos a kérdés, hogy kilences nem kell? Nem, hiszen, ha a hatost megfordítod, már meg is kaptad.

Ne felejtsd el naponta átfordítani!

Kutatási feladatok:

VI / K 1

Hogyan lehet hópehely-fraktált rajzolni / szerkeszteni? Milyen szimmetriával rendelkezik? És milyen szimmetriákkal rendelkezik egy hópehely?

VI / K 2

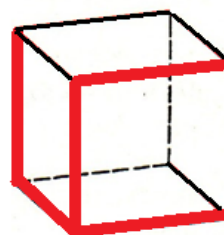
A dobókocka számozásának ismert törvényszerűsége: szemközti oldalon található pöttyök összege 7.

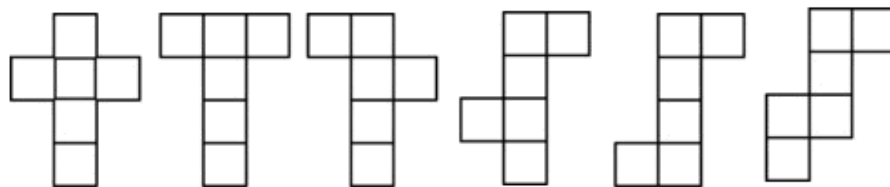
Egyértelművé teszi-e ez a szabály a dobókockák számozását, vagy találunk különbséget, azaz készíthetők-e különböző dobókockák? Ha igen, hány darab tekinthető különbözőnek?

Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/1.

Be kell rajzolni a kocka élhálóiba a kocka megvastagított éleit!

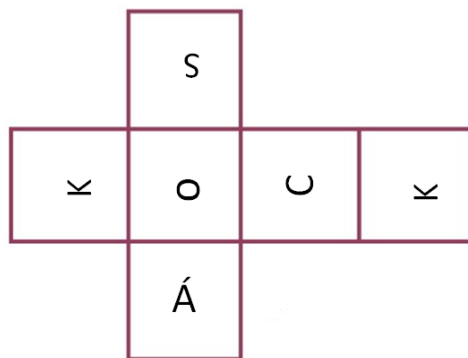
Feladatok





Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/2.

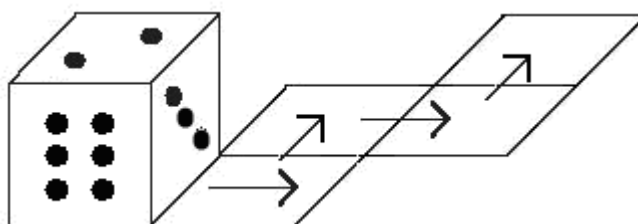
Melyik kocka hálóját látod kiterítve?



Alakzatok síkban és térben _ 3_ VI/3.

A szabályos dobókockán a szemközti lapokon lévő pontok összege 7.

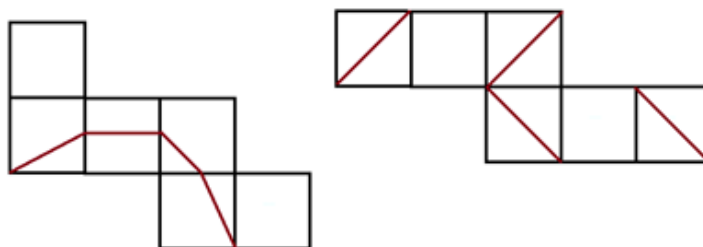
Egy szabályos dobókockát az ábrán látható módon négyszer átgörgetjük az oldalain, mindig egy élén átfordítva, a nyíllal jelölt útvonalon.



- Hány pötty található a kocka alsó lapján az negyedik görgetés után!
- Hány pötty található a kocka látható lapjain a második görgetés után!

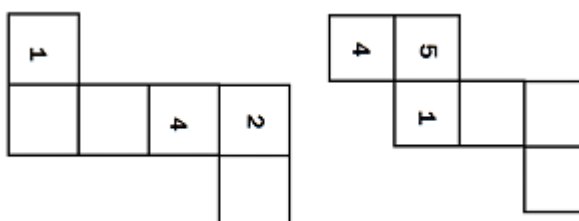
Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/4.

Az alábbi ábrán két kocka kiterített felületét látjuk. A kockák bizonyos lapjaira vonalakat festettek, ez látható a hálózatokon is. Melyik kockán lesz a festett vonalak együttese önmagába záródó folytonos vonal?



Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/ 5.

Az alábbi hálózatok mindegyikéből egy – egyszabályos dobókocka hajtogatható. A megadott számok alapján írd be a hiányzó számokat!



Kombinatorika_ 4_ VI/ 6.

Egy dobókockával 3-szor dobunk egymás után. Hányféle olyan dobássorozat van, amelyben nincs több azonos pontszámú dobás?

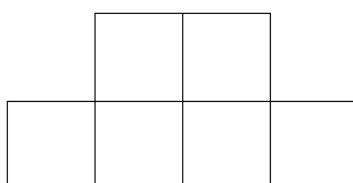
Valószínűségszámítás_ 4_ VI/ 7.

Egy szabályos dobókockával egymás után kétszer dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy másodszorra nagyobb számot dobunk, mint amennyit elsőre dobtunk?

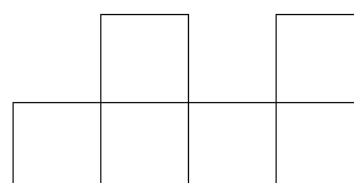
Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/ 8.

Kelemen kincseket, aranyból készült kockákat rejtett el egy barlangban. Megkérte Benedeket, hogy hozza el az egyik halom aranykockát. Ezt a rajzot adta oda Benedeknek, hogy megtalálja, melyik halomról van szó.

Legalább hány aranykockát hozott magával Benedek?



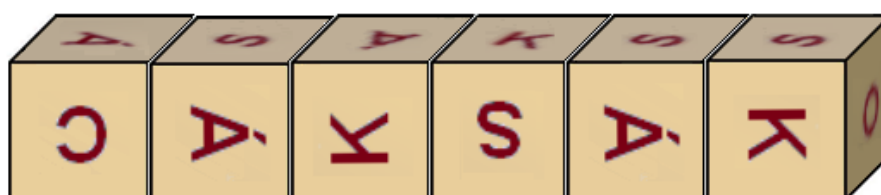
előlnézet



oldalnézet

Alakzatok síkban és térben _ 4_ VI/ 9.

Hat teljesen egyforma kockát tettünk egymás mellé egy asztalra. A hátsó lapokon látható betűkből milyen értelmes szó rakható ki?

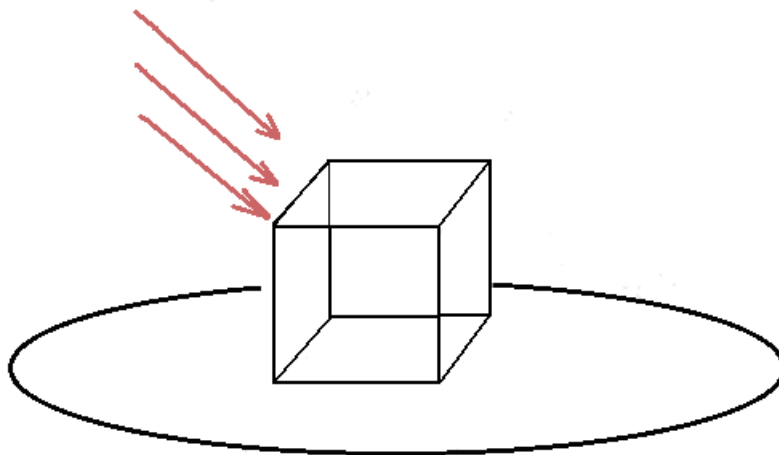


Alakzatok síkban és

Egy drótból készített kocka élhálót erős fénnel megvilágítunk. A

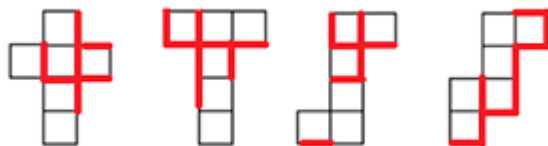
térben _ 3_ VI/ 10.

fénysugarak a kocka első lapjának az átlójával párhuzamosak. Rajzold mg a kocka árnyékát!



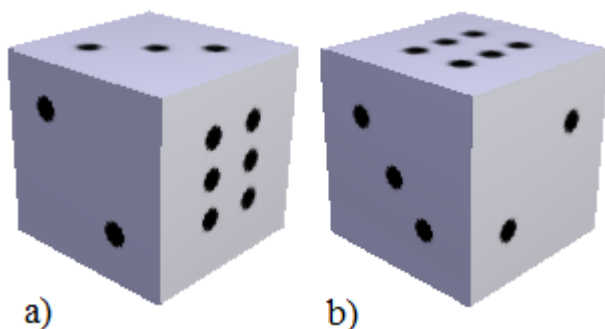
Megoldások

1.) Néhány lehetőség...



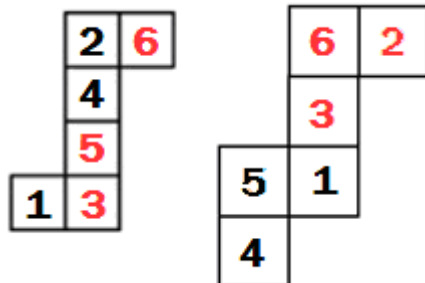
2.) a középső kocka hálója

3.)



4.) Mindkettő kockán folytonos lesz a vonal.

5.)



6.) 1. dobás 2. dobás 3. dobás

6

5

4 – féle lehet, tehát: $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

7.) Két kockával $6 \cdot 6 = 36$ –féle párt dobhatunk ki. Ebből kedvezőek az alábbi dobások:

{1;2}; {1;3}; {1;4}; {1;5}; {1;6}

{2;3}; {2;4}; {2;5}; {2;6}

{3;4}; {3;5}; {3;6}

{4;5}; {4;6}

{5;6}

Ez tehát 15 eset. A kért valószínűség: $15 / 36 = 0,417$

8.)

Nézzük meg, milyen lehetőségek vannak a kockák elhelyezésére?
Felülnézetben az egyes mezőkbe beírt számok a mezőn álló kockák számát jelzik.

		2	
			1
	2		
1			

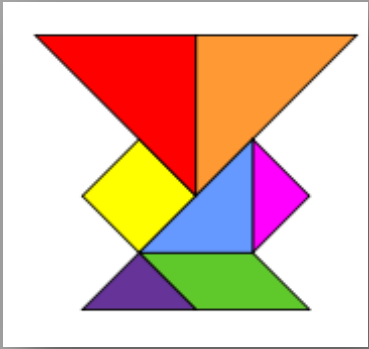
		2	
1			
	2		
			1

	2		
1			
		2	
			1

	2		
			1
		2	
1			

Tehát legalább 6 kockával indult ki a barlangból.

9.) A kirakható szó: KOCKÁS.



VII. Hetedhét...



Tudtad, hogy a 7, az egy boldog szám?

Igen, boldog szám (definíció szerint), mert ha kiszámítjuk számjegyének négyzetösszegét ($7^2 = 49$), majd ezt az így kapott számmal szükség szerint addig ismételjük, amíg egyjegyű számot nem kapunk ($4^2 + 9^2 = 97$; $9^2 + 7^2 = 130$; $1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$; $1^2 + 0^2 = 1$), akkor az egyjegyű szám az 1 lesz.

Az azonban nem hét lakat alatt őrzött hét pecsétes titok, hogy a 7 egy mesebeli szám is, hiszen mindenki ismeri a mesehősöket, akik hetedhét országon át hétmér földes csizmáikban a hétágra sütő Nap melegében vagy a Göncöl szekér hét csillaga alatt, vagy amikor zápor után a szivárvány hét színű íve felragyog, elindulnak a hétfejű sárkányt keresni...

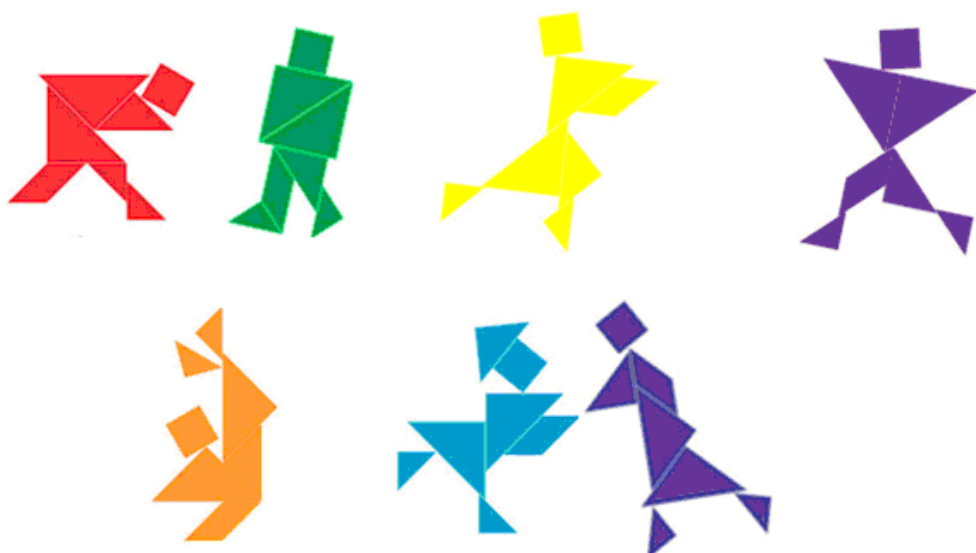


VII / a De létezik egy mesésen nagyszerű ősi kínai kirakójáték, amelynek szintén köze van a hetes számhoz: Ez a tangram, amely hét lapocskából áll.

Ezek a lapok a régmúltban bűvös erejűnek gondolt négyzet darabolásából származnak.

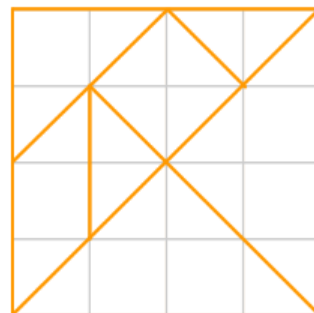
A tangram nemes egyszerűségében bonyolult feladatok elé állítja a játékosokat.

A játék során a hét lap felhasználásával kell kirakni megadott formákat. A lapoknak egymás mellett, egy síkban kell feküdniük; egymásra tenni a lapokat nem szabad!



Egy saját tangram **elkészítéséhez** a következő ábra nyújt segítséget.

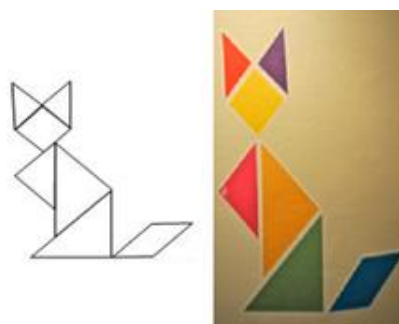
A négyzethálós lapon a kívánt méretre nagyítsuk fel, vágjuk ki a darabokat és másoljuk át kemény kartonra vagy könnyen vágható dekorgumi lapra.



Játékok

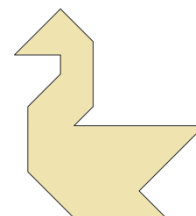
Vakon összerakó

Vágjuk ki a tangram építőelemeit dekorgumiból! Egy magasabb, nagyobb fajta doboz két oldalfalára vágjunk akkora lyukat, amelyen a két kezünk befér. Tegyük bele a dobozba a kirakójáték darabjait, rakjuk rá a dobozra a tetejét, helyezzük a fenti képeket a doboz mellé és nyúljunk be a dobozba két oldalról! Próbáljuk meg „vakon” összeilleszteni a dobozban a tangram elemeit! Nézzük meg a végén, milyen sikerrel jártunk?



Kirakós játékok variációi:

- egy – egy bemutatott alakzatok kirakása. Kinek sikerül először?
- új alakzatok alkotása: készíts olyan alakzatot, amely hasonlít pl. egy macskára!
 - Az elbírálás során egy szimmetrikus alakzat értékesebb, mint egy aszimmetrikus, a szimmetria-tengelyek számával nő az alakzat értéke;
 - egy konvex alakzat (minden átló az idomon belül marad) értékesebb, mint egy konkáv.



Kutatási feladatok:

VII / K1 Milyen maradékokat kapunk, ha elosztjuk az 1-et héttel?

VII / K2 Miért nagyszerű találmány a kongruencia fogalma?

VII / K3 Tudod-e, hogyan lehet egy 2×5 -ös téglalapot minél kevesebb vágással négyzetté kell darabolni? Ha ez sikerült, keress híres darabolási matematika-feladatokat!

Feladatok

Alakzatok síkban és térben _ 3_ VII/1.

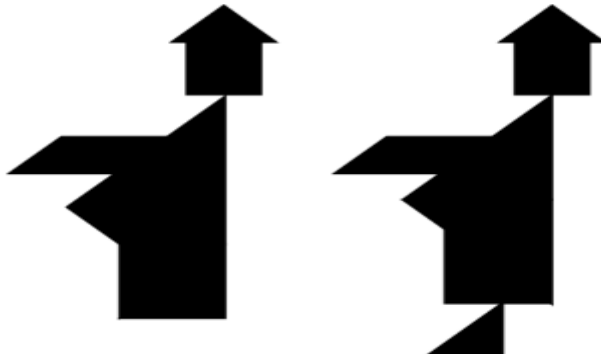
Rakjál ki a tangram 7 kövéből egy

- a) egyenlőszárú, derékszögű háromszöget,
- b) egy húrtrapézt,
- c) egy paralelogrammát,
- d) egy derékszögű trapézt,
- e) egy négyzetet,
- f) egy hatszöget,
- g) egy ötszöget!

Alakzatok síkban és térben _ 5_ VII/2.

Tangram – paradoxonok

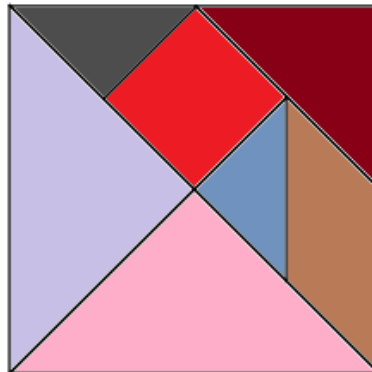
- a) Hova rejtette el a kínai a lábát?



b) Hova tűnt a lyuk?



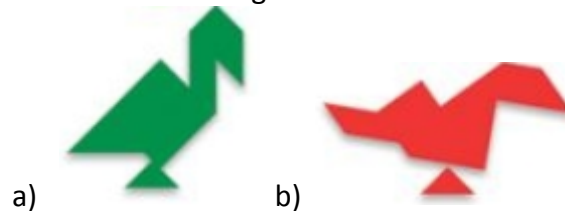
Alakzatok síkban és térben _ 3_ VII/3.



- a) A tangramunk kis piros négyzete egységnyi oldalú. Mekkora a nagy négyzet területe?
- b) Add meg az építőelemek oldalhosszainak arányát! (Segítség: a piros négyzet oldalát vegyük most is egységnyinek!)
- c) Határozd meg a tangram építőköveinek szögeit! Mely idomok egymás mellé helyezésével lehet konkáv figurához eljutni?

Alakzatok síkban és térben _ 3_ VII/4.

Rakd ki az alábbi két figurát!



a)

b)

Alakzatok síkban és térben _ 3_ VII/5.

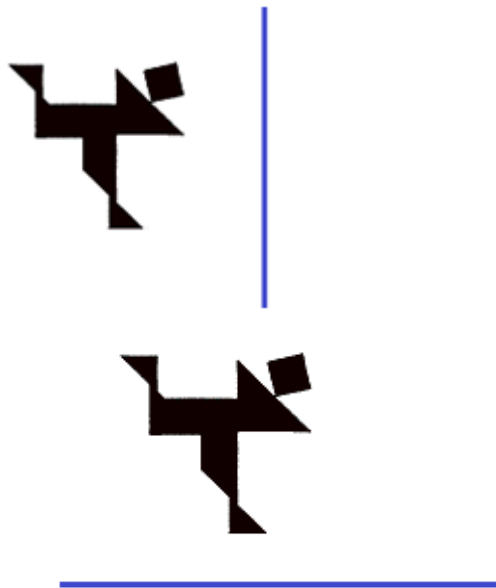
Próbálj meg „kirakni” – rajzolni a tangram elemeiből kirakható alakzatot,

- amelynek 4 szimmetria-tengelye van;
- amelynek 2 szimmetria-tengelye van;
- amelynek 1 szimmetria-tengelye van;
- s olyat, amely aszimmetrikus.

Kirakható középpontosan szimmetrikus alakzat az alkotóelemekből?

Alakzatok síkban és térben _ 2_ VII/6.

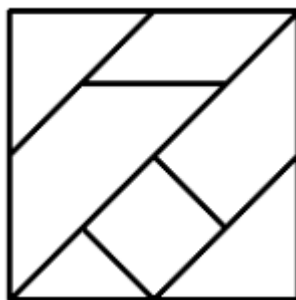
Készítsd el az alábbi ábrák tükörképeit az ábrákon látható egyenesekre, mint tükörtengelyekre vonatkozóan! Melyiket volt könnyebb megrajzolni?



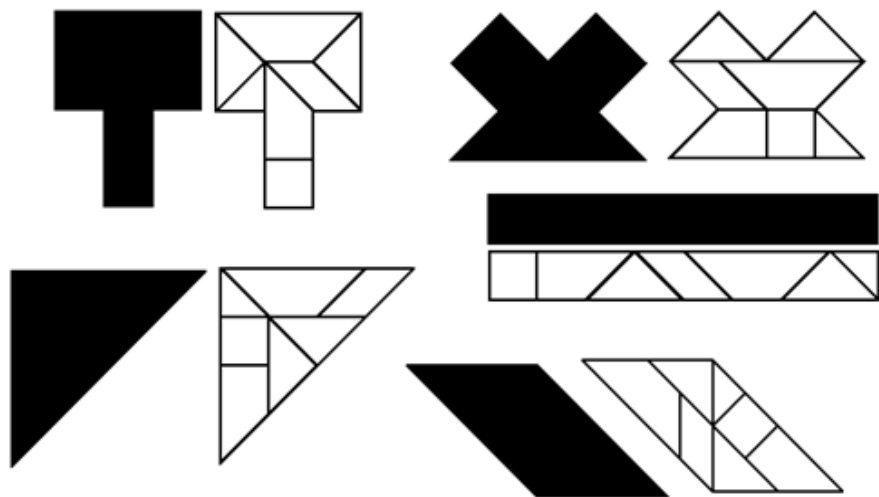
Rajzolás után ellenőrzésképpen két készlet segítségével rakd ki formát és a tükörképét!

Alakzatok síkban és térben _ 2_ VII/7.

A japán tangramban így osztják fel a négyzetet. Rakd ki ebből a felosztásból az alábbi mintagyűjtemény alakzatait!

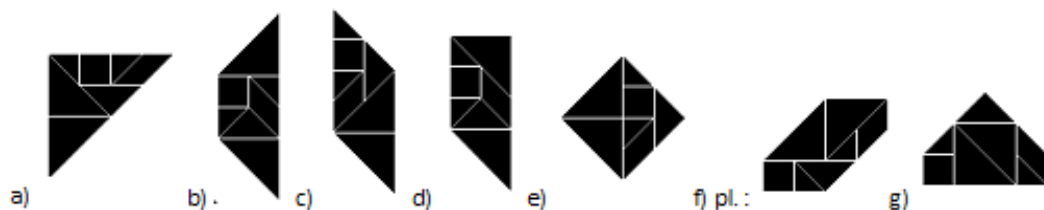


Mintagyűjtemény a japán tangramhoz:

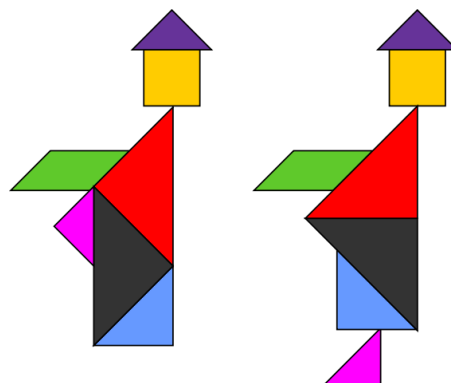


Megoldások

1.)



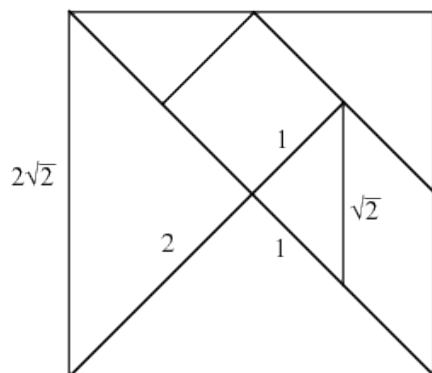
2.) Mindkét esetben a fej, a kalap, és a kar pontosan egyforma, és a test alapjának a szélessége is ugyanaz. De ez a testet négy darab alkotja az első esetben, és a másodikban csak három. Az elsőben a nyaktól a pocak csücskéig nagyobb a távolság, mint a másodikban.



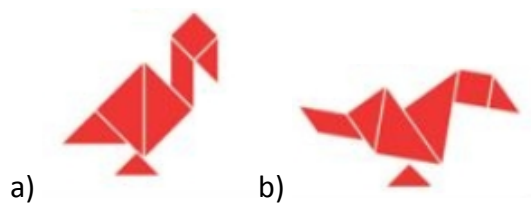
3.) a) $t = (2\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 2 = 8$

b) az ábráról leolvasható

c) $45^\circ + 45^\circ < 180^\circ$; $45^\circ + 90^\circ < 180^\circ$; de pl. $135^\circ + 90^\circ > 180^\circ$



4.)



5.)

- négy szimmetria-tengellyel rendelkező, konvex síkidom, a négyzet:



- két szimmetria-tengellyel rendelkező síkidom pl.:



- egy szimmetria-tengellyel rendelkező síkidom pl.:



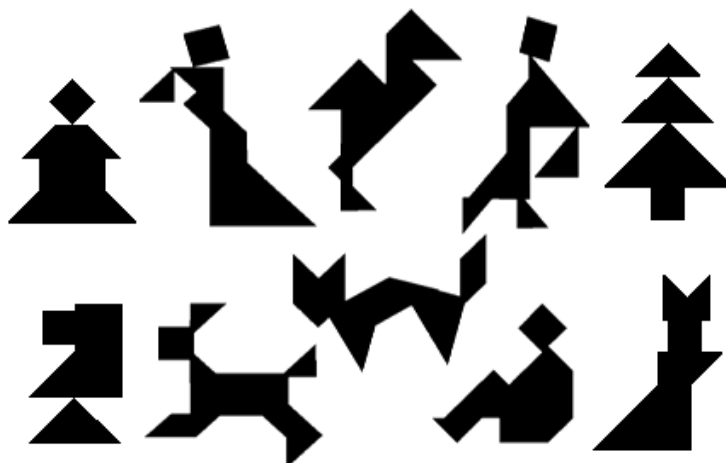
- középpontosan szimmetrikus síkidom pl.:

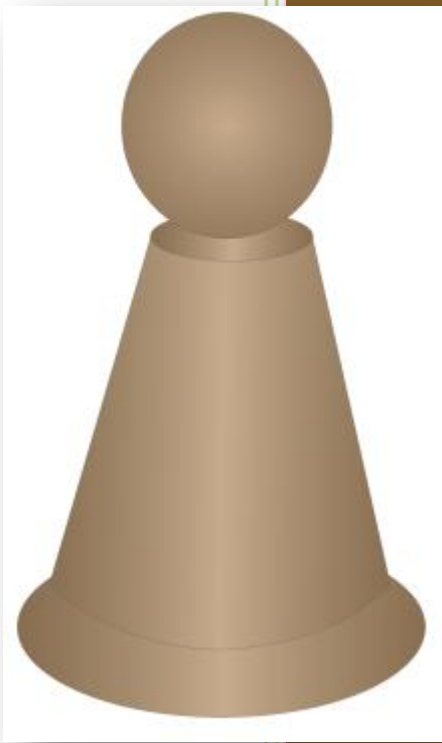


- aszimmetrikus alakzat pl.:



Mintagyűjtemény a tangramhoz





VIII. Sakk – varik

Egy az egyhez – sakk-variációk - kortárstanítás!

1. Előkészület: el kell helyezni a padokra a játéktáblákat, bábukat és ezek mellé a játék szabályának részletes leírását. (Mivel nem biztos, hogy rendelkezünk pl. annyi király, huszár, stb. bábuval, mint amennyi az egyes játékokhoz szükséges, használhatunk helyettük akár színes, jelölt gyöngyöket, vagy netán lencsét.)
2. Jó, ha legalább kettővel több helyszínt ki tudunk rakni, mint ahány diákpár van a csoportban, mert akkor van választási lehetőségük a gyerekeknek.
3. A gyerekek párosával üljenek le egy – egy játéktábla mellé. Olvassák el a szabályt, értelmezzék és kezdjék el a játékot. (Ezek a játékok – sakk-variációk- általában nem közismertek, így a szabályok értelmezése odafigyelést, gondolkozást igényel.
4. Ha a játékkal több játszmat lejátszottak, átülhetnek egy másik táblához.
5. A játékidő végén az utolsó tíz percben kérjük meg őket, hogy minden párból álljon fel az egyik diák és keressen magának egy olyan játékot, amelyet még nem próbált ki. A szabályt viszont most nem olvasás útján ismerheti meg, hanem a játéknál ott maradt társa magyarázza, tanítja meg neki.

Forrás: Nagylaci (<http://jatektan.hu>)

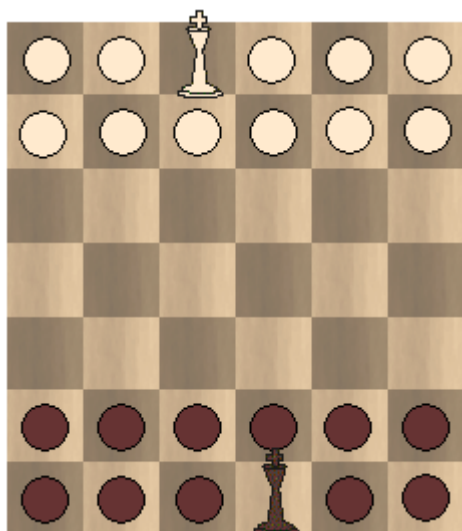
Logika _ 4 _ VIII a/ JÁTÉKSZABÁLYOK

Kaméleon- sakk

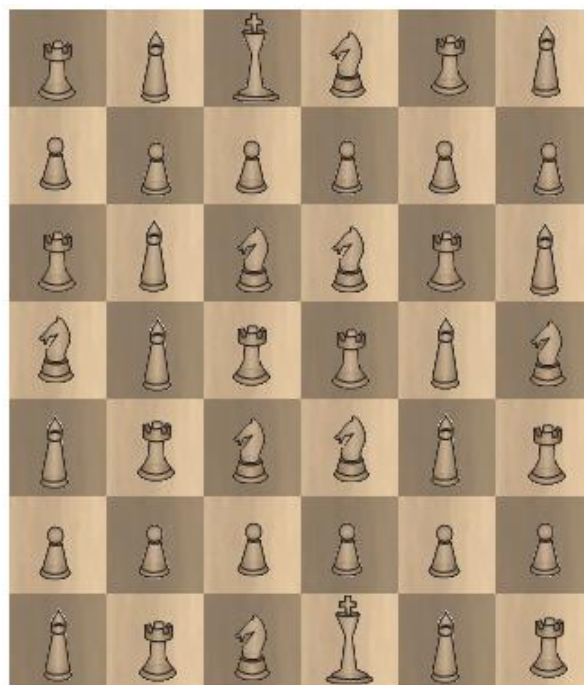
A játékhoz egy speciális 6x7-es tábla tartozik. Minden mezőn egy bábu képe van, ahogy azt az első ábrán látjuk.

Mindkét játékos egy királyt és 11 kaméleont kap. Királyt hagyományos királlyal, a kaméleonokat kövekkel, korongokkal vagy hasonló dolgokkal helyettesíthetjük. A kezdőállást a második ábra mutatja.

Kaméleonok úgy lépnek, mint azok a bábuk, melyek az alattuk levő mezőn rajzolva vannak. Lépés után új mezőre kerülnek – ezért a következő lépésben már úgy kell lépniük, ahogy az új mezőn levő



ábr
a
mut
atja
.



Világos kaméleon a második sorban úgy lép, mint gyalog – előre a harmadik vagy negyedik sorba, vagy átlósan üt a harmadikba – még akkor is, ha a játék során később kerül a második sorba. Világos kaméleon a hatodik sorban előre

léphet egyet, vagy átlósan üthet. Nincs előléptetés, mivel a hetedik sorban már nem gyalogként viselkednek a bábuk. Nincs en passant lépés.

Hasonlóan, a hatodik sorban levő sötét kaméleonok előre léphetnek az ötödikbe vagy negyedikbe, a második sorban levők előre léphetnek vagy üthetnek a hetedikbe.

Király úgy lép, mint a hagyományos sakkban, de a sáncolás nem megengedett.

A partit az nyeri, aki mattot ad az ellenfél királyának. A többi szabály megegyezik a hagyományos sakk szabályaival.

Szalag – sakk

A sakktábla mezői a „szalagon” helyezkednek el. A bábuk kiindulási helyzete az ábrán látható. (

Gyalog, huszár, futó, király, bástya, futó, huszár, gyalog.)

A király lépéskor vagy ütéskor egy mezőt haladhat bármilyen irányban.

A bástya lépéskor vagy ütéskor haladhat, amennyit akar, de tetszőleges irányban annyi mezőt csak a foglalt mezőkig.

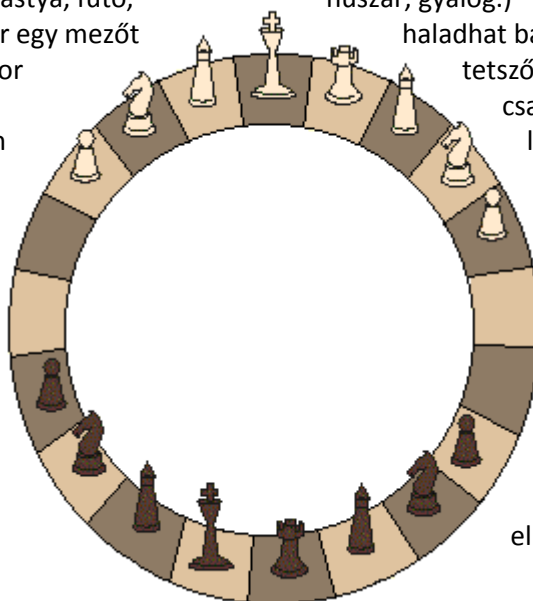
A futó a bástyához hasonlóan lép és üt, de ugyanolyan színű mezőn marad és átugorja az eltérő színű páros számú mezővel jut mezőket. Így a futó mindig előre. Ám csak akkor léphet, ha minden második mező, amire lép üres! A páratlan mezők, amelyeket előre haladása során elhagy, lehetnek

foglaltak.

A huszár pontosan két mezőt tesz meg lépés közben. Az első mezőt át is ugorhatja.

A gyalog csak egy mezőt haladhat előre lépés és ütés közben.

A játék célja: mattot adni az ellenfél királyának!



Dollár-sakk

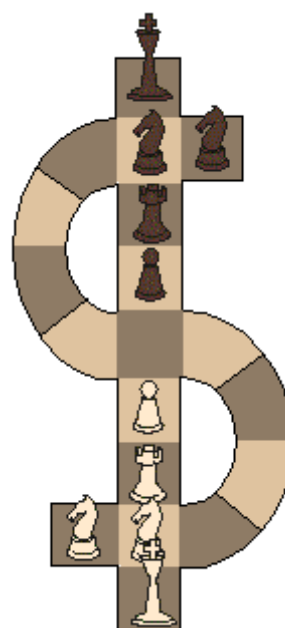
A sakktábla mezői a „dollár-szalagon” helyezkednek el. A bábuk kiindulási helyzete az ábrán látható. (

Király, huszár, huszár, bástya, gyalog.)

A király lépéskor vagy ütéskor egy mezőt haladhat bármilyen irányban.

A bástya lépéskor vagy ütéskor tetszőleges irányban annyi mezőt haladhat, amennyit akar, de csak a foglalt mezőkig.

A futó a bástyához hasonlóan lép és üt, de ugyanolyan színű mezőn marad és átugorja az eltérő színű mezőket. Így a futó mindig páros számú mezővel jut előbbre. Ám csak akkor léphet, ha minden második mező, amire lép üres! A páratlan mezők, amelyeket előre haladása során elhagy, lehetnek foglaltak. A huszár pontosan két mezőt tesz meg lépés vagy ütés közben. Az első mezőt át is ugorhatja. A gyalog csak egy mezőt haladhat előre lépés és ütés közben. A játék célja: mattot adni az ellenfél királjának!



Kereszt-sakk

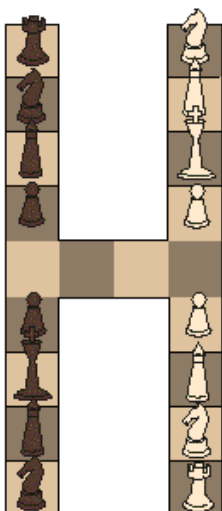
A sakktabla mezői kereszt alakban ábrán látható. (Király, futó, bástya, A király lépéskor vagy ütéskor egy mezőt A bástya lépéskor vagy ütéskor tetszőleges de csak a foglalt mezőig. A futó a bástyához hasonlóan lép és üt, de eltérő színű mezőket. Így a futó mindig akkor léphet, ha mező, amire lép mezők, haladása során foglaltak. A huszár pontosan két mezőt tesz meg ugorhatja. A bábuk megváltoztathatják haladási áthaladnak. A gyalog csak egy mezőt haladhat előre A játék célja: mattot adni az ellenfél



helyezkednek el. A bábuk kiindulási helyzete az huszár, gyalog.) haladhat bármilyen irányban. irányban annyi mezőt haladhat, amennyit akar, ugyanolyan színű mezőn marad és átugorja az páros számú mezővel jut előbbre. Ám csak minden második üres! A páratlan amelyeket előre elhagy, lehetnek lépés vagy ütés közben. Az első mezőt át is irányukat, amikor a középső mezőn lépés és ütés közben. királjának!

H - sakk

A sakktabla mezői H alakban helyezkednek el. A bábuk kiindulási helyzete az ábrán látható. (Bástya, huszár, futó, gyalog, - gyalog, király, futó, huszár.) A király lépéskor vagy ütéskor egy mezőt haladhat bármilyen irányban. A bástya lépéskor vagy ütéskor tetszőleges irányban annyi mezőt haladhat, amennyit akar egyenes vonalban, de csak a foglalt mező kereszteződése nélkül lépés közben kanyarodni is tud a szögleteknél.



A futó a bástyához hasonlóan lép és üt, de ugyanolyan színű mezőn marad és átugorja az eltérő színű mezőket. Így a futó mindig páros számú mezővel jut előbbre. Ám csak akkor léphet, ha minden második mező, amire lép üres! A páratlan mezők, amelyeket előre haladása során elhagy, lehetnek foglaltak. Lépés közben kanyarodni is tud.

A huszár pontosan két mezőt tesz meg lépés vagy ütés közben. Az első mezőt át is ugorhatja.

A bábuk megváltoztatják haladási irányukat, amikor a középső mezőn áthaladnak.

A gyalog csak egy mezőt haladhat előre vagy hátra vagy üthet egy mezőt vízszintesen vagy függőlegesen. Gyalogot lecserélni nem lehet.

A játék célja: mattot adni az ellenfél királynak!

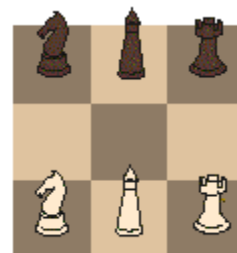
Mattot a huszárnak! – sakk - variáció

A kezdőállás - a 3x3-as táblán – az ábrán látható. Mindkét játékosnak egy huszár, egy futó és egy bástya áll a rendelkezésére.

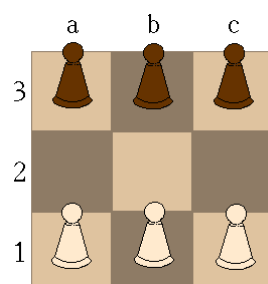
Mivel a játékban nincs király, itt a cél: mattot adni a huszárnak!

Minden bábu úgy lép, mint a hagyományos sakkbán. Azonban egy bábu leütésekor a leütött bábút a tulajdonosa visszahelyezi egy üres mezőre. (Tehát nem biztos, hogy jó ötlet leütni egy bábút!)

Tilos oda-vissza lépkedni! Mindkét játékosnak változtatni kell a lépéseit!



Hexapawn (Martin Gardner játéka)



A 3-3 gyalog a kezdősorokban helyezkedik el a játék kezdetén. A gyalogok ugyanúgy lépnek, mint a sakkbán, de nincs dupla lépés! Az lesz a győztes, aki el tudja juttatni valamelyik bábuját az utolsó sorba. Ha valaki nem tud lépni, akkor elveszítette a partit.

Tik-tak-sakk

Ez a játék a sakk s a tic-tac-toe keveréke. A játéktábla 4x4 mezőből áll. Mindkét játékosnak 4 bábuja van: bástya, huszár, futó.

A játék célja: a négy saját bábút egyvonalon (sor, oszlop, átló) lerakni a táblán.

A játék kezdetén a tábla üres.



A játékosok felváltva raknak le bábukat egymás után, a tábla üres mezőire mindaddig, amíg mindkettőjüknek 3-3 bábuja nem lesz a táblán. Ettől kezdve vagy raknak egy bábút a tábla üres mezőjére vagy lépnek a táblán fent levő bábuikkal egyet.

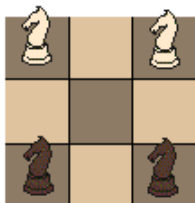
Ha olyan mezőre lépünk, ahol az ellenfélnek egy bábuja áll már, akkor levesszük (leütjük) azt a bábút, visszaadjuk az ellenfélnek és ő ezt egy későbbi lépésben visszateheti a táblára.

A gyalog lépése kicsit más, mint a sakkban. Egyet léphet előre, vagy átlósan üt, mint a sakkban, de amikor eléri a tábla távolabbi oldalát, akkor irányt változtat. Első lépésben nem léphet kettőt.

A többi bábu a sakk szabályainak megfelelően lép.

Térfélcseré I.

Guarini di Forli feladványa - az 1500-as évekből!

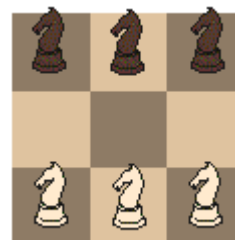


Feladat: a kezdőállásban felrakott sötét és világos bábuk helycseréje (természetesen a lehető legkevesebb lépésszámmal megoldva).

Térfélcseré II.

Feladat: a kezdőállásban felrakott sötét és világos bábuk helycseréje (természetesen a lehető legkevesebb lépésszámmal megoldva).

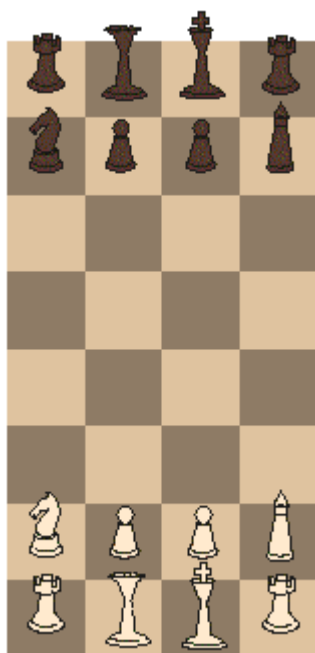
/ Jó példa a "kevesebb is lehet nehezebb" tapasztalatra, hogy a 3+3 lovas kiinduló állás megoldása csak fele annyi lépést igényel, mint a fenti ábrán mutatott: 2+2 a sarkokban. /



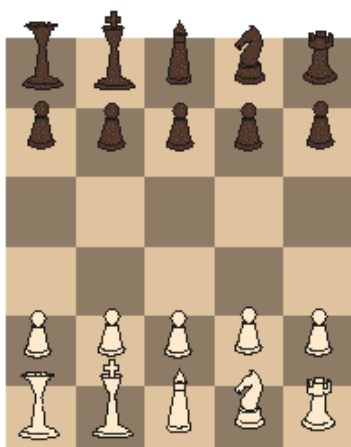
Fehér paripa

Az 5x5-ös tábla bal alsó sarkából kell a fehér lovat felvinni az induláskor üres jobb felső sarokba. A többi mezőn kezdőállásban fekete lovak vannak, és mert a pacik csak üres mezőre léphetnek, a feketék léptetéseivel kell előkészíteni lépésről-lépésre a fehér mozgását. (A táblán "sakk-lovak" mozognak, bábunak akár lencseszemek is megfelelnek.)





"Féltáblás" sakk-kollekció K. Franklin nyomán. Cél: Az ellenfél királyának mattot adni!



Csemege 5 x 6 –os táblára

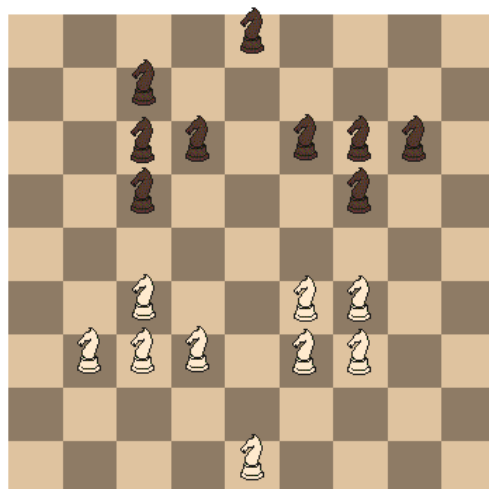
A futó -, a bástya- a király- és a gyalog-lépések megegyeznek a sakkbán alkalmazott lépésekkel, csak a tábla kisebb kicsit, no meg kevesebb bábuval kell játszani...

Lócsata

A források mongol eredetét jelölik ennek a 9x9-es(!) táblán játszott lócsatának. Itt már az "ő üti az én bábumat, én ütöm az ő bábuját..." láncolat végiggondolását igényli...

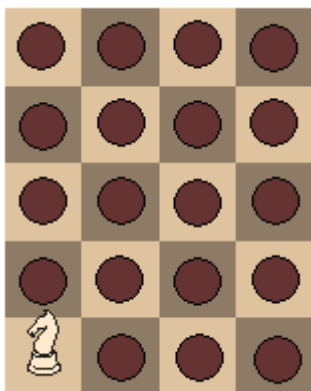
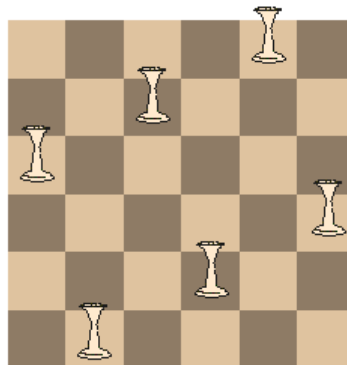
Az nyer, aki elfoglalja a tábla középső mezőjét és a rákövetkező lépésben onnan távozni is tud (azaz nem tudja leütni ellenfele).

Induláskor a két szemközti szélső sorban állnak a paripák, majd (váltakozva lépve világos és sötét) igyekeznek a középső pontot egyetlen lépés távolságra megközelíteni...



"8 db királynő"

- Old meg a 6x6-os táblára 6 db királynő felrakását úgy, hogy egyik se legyen ütésben!
- Mintegy másfélszáz éves feladvány 8 db királynőt úgy elhelyezni egy sakktáblán, hogy egyik se essen ütésbe egyik másikkal sem.



A 4 x 5 –ös tábla bal alsó sarkába helyezzünk egy huszárt, a többi mezőre pedig egy – egy üvegkavicsot / lencsét jelölésként!

A lóval járjuk be úgy a mezőket, hogy mindegyikre csak egyszer léphetünk!

Amelyik mezőre lép a ló, onnan vegyük el a jelölő kavicsot.

Így könnyen leellenőrizhetjük, hogy jártunk-e minden egyes mezőn?

Készítsük el valamelyik érdekes alakú „sakktábla” rajzát kartonlapra. Dekorkavicsokra rajzoljuk rá a megfelelő sakkbábu szimbólumát.

Kutatósi feladatok:

VIII / K1

Adott két kör. Vannak olyan pontok a síkban, melyekből a két körhöz egyenlő hosszúságú érintőszakaszok húzhatók? Milyen helyzetű körök esetén van ilyen pont, mi ezeknek a pontoknak a mértani helye? (E pontthalmaz neve: hatványvonal.) Hogyan lehet ezt megszerkeszteni, koordináta-geometriai eszközökkel hogyan lehet megadni ezt a pontthalmazt?

Ha elfogyott az ötleted, használj külső forrásokat is!

VIII / K2

Algoritmusok a sakk – játékban... Járj utána, egy sakk – nagymester nagyságrendileg hány sémát ismerhet?

Feladatok

Logika _ 2_VIII / 1

Egy sakkozót az a kérdés is érdekelheti, hogy egy adott helyről hány lépésben tud egy huszárral egy másik adott helyre eljutni.

Logika _ 4_ VIII / 2

Hány királynőt kell leraknunk a sakktáblára, ha azt akarjuk elérni, hogy minden mező a királynők legalább egyike által támadva legyen?

Sorozatok _ 3_ VIII / 3

A monda szerint már a sakkjáték felfedezője a jutalmát búzaszemekben kérte, mégpedig úgy, hogy tegyen az uralkodó a sakktábla első mezőjére egy búzaszemet, a következőre kettőt, az azután következőre négyet és így tovább, mindig kétszer annyi szemet, mint amennyi az előzőn volt, végig a 64 mezőn. A történet szerint az uralkodó felháborodott, hogy a feltaláló ilyen „csekélységet” kér jutalmul, de amikor hozzákezdett a számoláshoz, kiderült, hogy a kérést nem tudja teljesíteni, ennyi búza az egész világon nem létezik. Hány búzaszemet kapott volna a sakkjáték felfedezője?

Logika _ 4_ VIII / 4

Egy másik, a sakktáblával kapcsolatos feladat *Neumann Jánostól* származik. Tegyük fel, hogy van egy sakktáblánk és egy olyan dominókockánk, amely a sakktábla két, egymás melletti mezőjét képes lefedni. Vágjuk ki a sakktábla két ellentétes sarkán lévő mezőket (pl. a1-et és h8-at), kérdés, a megmaradó tábla lefedhető-e dominókkal úgy, hogy minden mező egyszer és csak egyszer legyen lefedve.

Logika _ 4_ VIII / 5

Hogyan lehet egy sakktáblára bástyákat elhelyezni úgy, hogy közülük bármely kettő ne üthesse egymást, azaz hogy bármely két bástya különböző sorban és különböző oszlopban legyen?

Logika _ 4_ VIII / 6

Hány különböző módon lehet nyolc bástyát elhelyezni a sakktáblán úgy, hogy ne legyen kettő, amelyek üti egymást?

Logika _ 4_ VIII / 7

Járjuk be a sakktáblát a bástyával, királlyal, vezérrel úgy, hogy a tábla bal alsó sarkából indulunk, minden mezőt egyszer érintünk, és a kezdőpontba érkezünk vissza. Keressünk minél „trükkösebb” megoldásokat! A bábuk csak szabályosan léphetnek!

Logika _ 3_ VIII / 8

Hány négyzet van egy sakktáblán? (A négyzetek oldalai a sakktábla mezőinek oldalai lehetnek csak!)

Kombinatorika _ 2_ VIII / 9

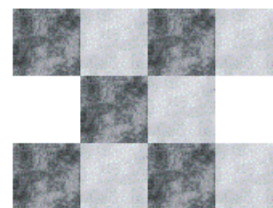
Hányféleképpen lehet két huszárt elhelyezni a sakktáblán?

Kombinatorika _ 3_ VIII / 10

Hányféleképpen juthat el egy gyalog a 3x3-as sakktábla bal alsó sarkából a jobb felső sarkába, ha csak jobbra vagy felfelé léphet egyszerre egy mezőt?

Logika _ 2_ VIII / 11

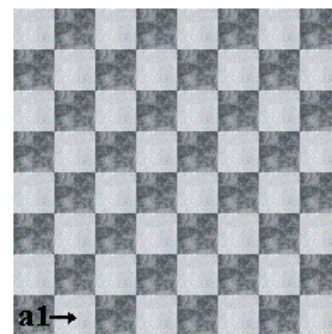
Járjuk be huszárral a sakktábla részletét! (Minden mezőn haladjunk át egyszer!)Bármelyik mezőről lehet indulni.



Kombinatorika _ 2_ VIII / 12

12 sakkozó vesz részt a versenyen. Körmérkőzést játszanak, minden pár kétszer mérkőzik. Hány meccset játszanak összesen?

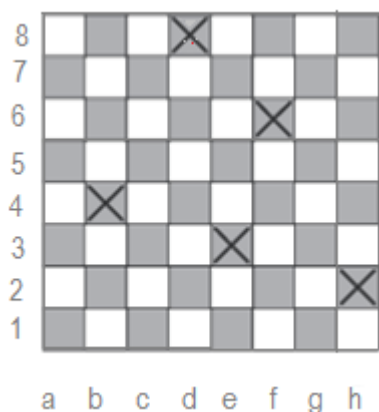
A sakktáblára egy olyan zárt útvonalat szeretnénk rajzolni, amely kiindulópontja és végpontja is a bal alsó, a_1 -es mező. Az útvonal a többi mezőt pontosan egyszer érintse! Átlósan nem léphetünk át a szomszédos mezőre, csak a közös oldalélen át. Lehetséges –e így bejárni a sakktáblát? Érdemes megpróbálni más méretű táblákon is a bejárást!



Források: Táblajátékos (<http://jatektan.hu>)
Sakkmatek – 9. modul - Surányi Szabolcs
Matematika határok nélkül

Megoldások

- 1.) Bármely helyről bármely helyre legfeljebb hat lépésben el lehet jutni.
- 2.) Ezt a feladatot már 5 királynő el tudja látni, például a következő elhelyezésben: b4 d8 e3 f6 h2.



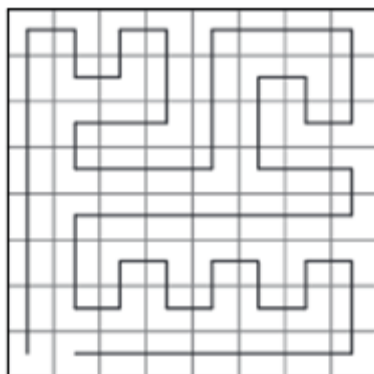
- 3.) A sakktábla egyes mezőire jutó búzaszemek száma $1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^{63}$. Így a szükséges búzaszemek száma: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{63}$.
Az összeg kiszámításához csak azt kell észrevennünk, hogy a sakktábla első k kockájára lerakott búzaszemek számának összege eggyel kevesebb, mint a $(k + 1)$ -edik mezőre lerakott búzaszemek száma, azaz
$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{k-1} = 2^k - 1.$$

Így
$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1.$$

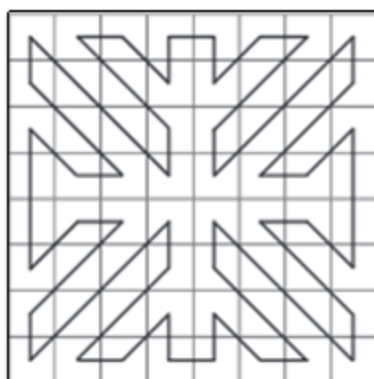
Megemlítjük, hogy 2^{64} egy húszjegyű szám.
- 4.) Minden egyes dominó a sakktáblának egy fekete és egy fehér mezőjét fogja lefedni, viszont a két kivágott kocka mindegyike fehér (vagy mindegyike fekete). Így a feladat nyilvánvalóan megoldhatatlan.
- 5.) Nyolc bástya elhelyezhető ily módon a sakktáblán (pl. úgy, hogy a tábla valamelyik átlójára tesszük a bástyákat), de nyolcnál több már nem.
- 6.) Ha nyolc bástyát elhelyezünk a sakktáblán úgy, hogy nincs kettő, amelyik üti egymást, akkor minden sorban lesz egy és csak egy bástya. Az első sor bármely helyére (tehát 8 hely mindegyikére) tehetjük az első bástyát. A második bástyát elhelyezzük a második sorba, vigyázva arra, hogy ne ugyanabba az oszlopba kerüljön, ahol az első bástya van; így a második bástyát 7 különböző helyre tehetjük (bárhova is tettük az elsőt). Ugyanígy látható, hogy a harmadik bástyát a harmadik sorba hatféleképpen lehet elhelyezni. Az eljárást folytatva adódik, hogy a 8 bástyát $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$ – féleképpen lehet elhelyezni.

7.)

Bástya



Király



8.)

1x1-es : 64 db;

2x2-es : 49 db;

3x3-as: 36 db...stb., összesen:

$64+49+36+25+16+9+4+1 = 204$ darab négyzet.

9.)

Az elsőt a 64 mező bármelyikére tehetjük, a másodikat így 63 helyre lehet tenni. Azaz $64 \times 63 = 4032$ lehetőség ez.

10.)

6 – féle úton.

1	3	6
1	2	3
1	1	1

11.)

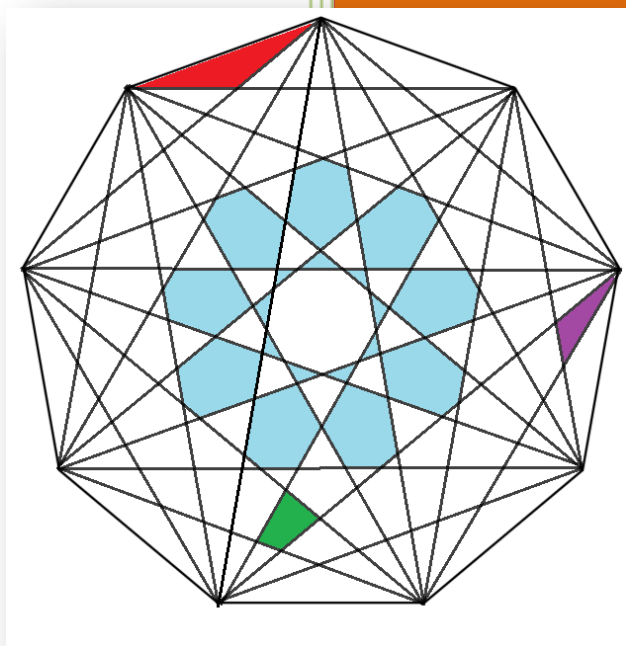
lehetséges bejárás:

1	8	3	6
	5	10	
9	2	7	4

12.)

Egy tizenkét oldalú sokszögben a csúcsok legyenek a versenyzők, az oldalak és az átlók a mérkőzések. Egy 12 csúcsú sokszögnek 12 oldala van és $[12 \cdot (12-3)]/2 = 54$ átlója. Ez a modell akkor jó, ha egyszer játszik mindenki a körmérkőzésben. Ha mindenki 2-szer játszik, akkor $(12+54) \cdot 2$ meccs, tehát 132 meccs van.





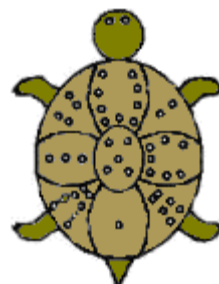
IX. Sokszögek

A bűvös négyzet a legrégebb idők óta tartozik az emberiség játékeihez. Régen a bűvös négyzet tiszteletet parancsolt, félelmet keltett, bűvészetnek látszott. A középkorban talizmánként is használták őket.



A bűvös négyzetek, már az ókori Kínában felbukkantak.

A legenda szerint egykor a Lo folyó nagyon megáradt, és az árvíz az egész környék lakosságát veszélybe sodorta. A papok ezért elhatározták, hogy áldozatot mutatnak be a folyó istenének. Az áldozatot minden nap kitették a folyó partjára, amiből esténként kijött egy teknős, és körbejárta azt. Az árvíz azonban nem akart megszűnni. Egyszer egy gyerek (vagy maga Fu – Hszi császár) megpillantott egy furcsa ábrát a teknős páncélján. A bölcsek kiderítették, hogy ez egy bűvös négyzet. Másnap – a négyzet a bűvös száma ismeretében – tizenöt áldozattal kedveskedtek a folyó istenének, aki erre megkegyelmezett és megszüntette az árvizet.

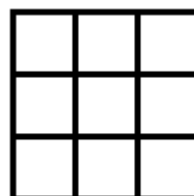


Számolás _2_ művészettörténet IX / a

Miért a 15 a bűvös szám?

A bűvös négyzetek legegyszerűbb alakja a 9 mezős. Írjuk a természetes számokat egytől kilencig egy 3x3-as - azaz egy harmadrendű - bűvös négyzetbe! Minden kis mezőbe egy szám jusson, és a számok összege minden sorban, minden oszlopban és mindkét átló mentén ugyanannyi legyen.

Egy kis segítség:



Ha 1-től 9-ig összeadjuk a számokat, akkor számokat 45-öt kapunk. Mivel mindhárom sor, (oszlop) ugyanazt az összeget kell, hogy adja, ez az összeg 15 lesz ($45 : 3$). A következő számhármások felelnek meg:

$9 + 5 + 1$
 $9 + 4 + 2$
 $8 + 6 + 1$
 $8 + 5 + 2$
 $8 + 4 + 3$
 $7 + 6 + 2$
 $7 + 5 + 3$
 $6 + 5 + 4$

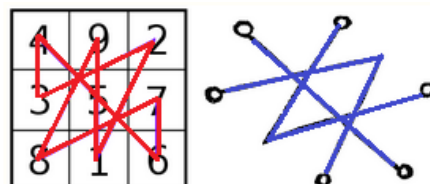
Az 5 az összegekben 4-szer fordul elő, tehát az 5-ös szám fog a négyzet közepébe kerülni.

A 9-es kétszer szerepel, tehát a négyzet szélére fog kerülni! Tovább gondolva a megoldás:

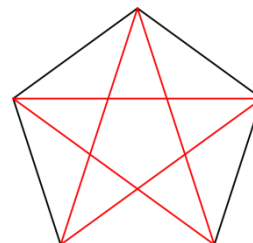
4	9	2
3	5	7
8	1	6

Ha a bűvös négyzet számait növekvő sorrendben összekötjük, akkor egy sajátos vonalmintát kapunk.

Nagyon hasonlít az Ún. Szaturnusz – pecsétre, ezért ezt a 3 x 3-as bűvös négyzetet Szaturnusz – négyzet néven is emlegetik.

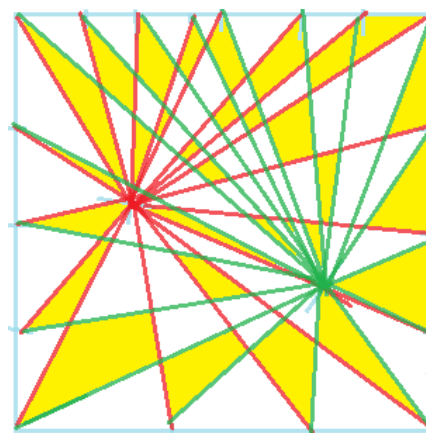


Erről a sajátos vonalmintáról eszünkbe juthat, hogy a sokszögek átlóinak berajzolása is érdekes formákat eredményezhet, gondoljunk csak a szabályos ötszög átlói által kiadott csillagötszögre, pentagrammára.

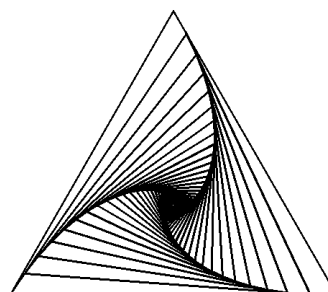


Innen pedig már csak egy lépés az ún. **vonalgrafika**. Geometria és művészet jól megfér egymás mellett. Nézzünk rá egy példát:

Vegyünk fel egy négyzet belsejében két pontot: legyenek ezek P és T jelűek. Osszuk fel a négyzet oldalait különböző számú egyenlő szakaszra. Az összes osztópontot kössük össze P és T ponttal. Az egymást keresztező vonalak által meghatározott sokszögek közül minden másodikat kiszínezve szinte egy modern „műalkotást” kapunk végül.

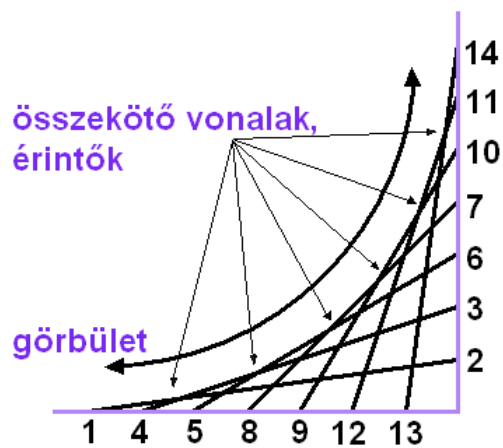
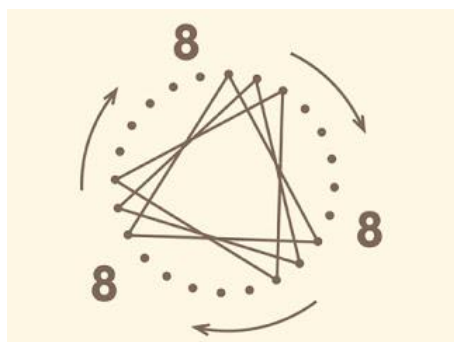
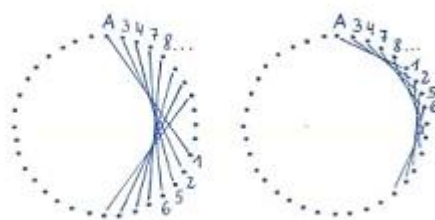
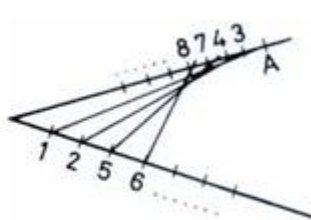


Olvassuk le az ábráról, milyen módon készült a szerkesztés?

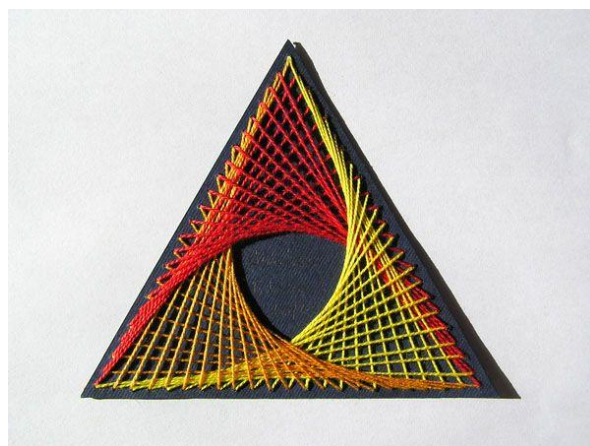


Ha a művészi vonalat tovább görgetjük, akkor vonalak helyett fonalakkal dolgozva a divatos fonalgrafika – díszítő elemeihez érünk.

Íme néhány fogás:



Készítsük el az alábbi mintát!



Kutatási feladatok:

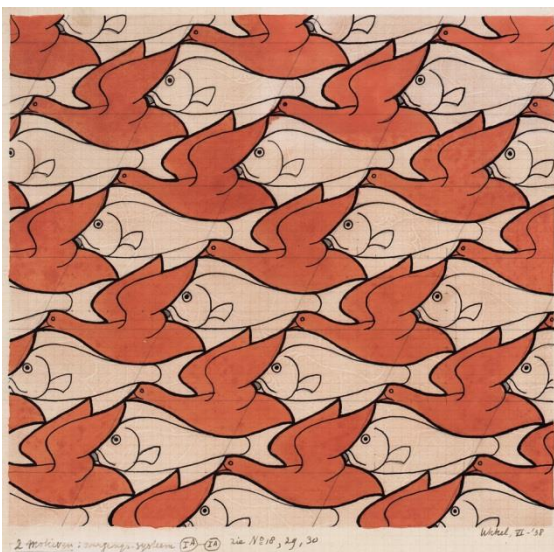
IX K1

Tanulmányozzuk M. C. Escher néhány képét! Milyen geometriai transzformációk fedezhetők fel a képeken? Melyik geometriai transzformációt alkalmazta előszeretettel a művész?

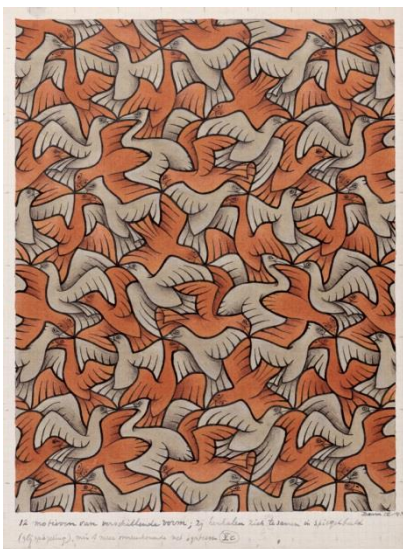
Néhány ajánlott képe:



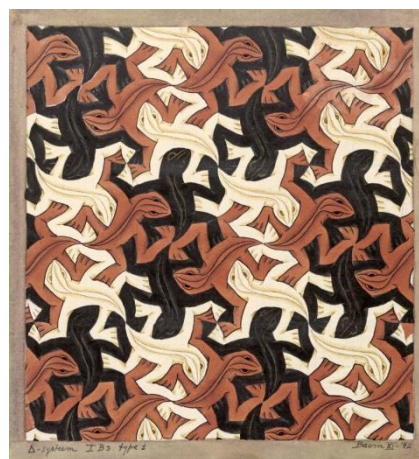
(Two Birds, February 1938;



Bird/Fish, June 1938;



Twelve Birds, April 1948;



Lizard, November 1942;

<http://www.mcescher.com/Shopmain/ShopEU/facsprints-uk/prints.html>

IX K3

A matematikus, ha bűvész, avagy a bűvész, ha matematikus...
Készíts egy gyűjteményt matematikai bűvésztrükkökből és
tanuld meg ezeket, hogy elbűvöld barátaidat! Kezd a 9-es
szorzótábla törvényszerűségeinek feltérképezésével!

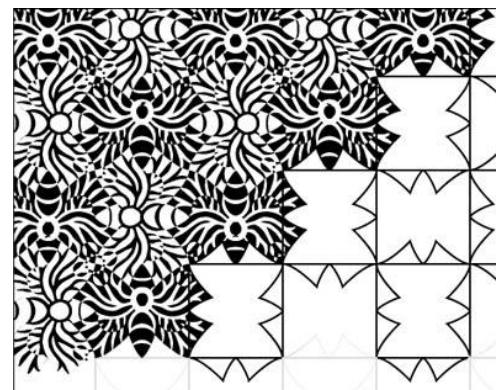


Butterflies

<http://chamberart.net/en/view/13766-Escher.Butterflies.html>

IX K2

Melyek azok a síkidomok, amelyekkel le lehet fedni a síkot? És
mi a helyzet, ha kétféle síkidomot is használhatunk egymás
mellett? És milyen formákat használt M. C. Escher?



<http://www.insects.org/ced1/escher08.html>

A bókoló matematikus (Kun Erzsébet nyomán)

Az ifjú matematikusnak egyszer nagyon megtetszett egy lány. A maga módszerével el kezdett neki udvarolni.

- Melyik a kedvenc számod? – kérdezte.
- A 9 –es – válaszolta a lány.
- Micsoda csodálatos matematikai ízlésed van! – bókolt a tudósunk. A lány elcsodálkozott:
- Miért?
- Emeld négyzetre! Mennyi az eredmény?
- $9 * 9 = 81$.
- Jó, most szorozd ezt meg 12 345 679-cel!

A lány nekilátott elvégezni a szorzást. Meglepetten látta, hogy az eredmény 999 999 999. Talán még ma sem tudja, mi volt a bókoló matematikus trükkje... Te tudod?

Feladatok

Alakzatok síkban és térben _ 3_ IX / 1.

Hány oldalú az a konvex sokszög, amelyben a külső szögek összege két teljes szöggel nagyobb, mint a belső szögek összege?

Alakzatok síkban és térben _ 3_ IX / 2.

Hány oldalú a konvex sokszög, amelynek az átlóinak száma 27?

Számolás _ 1_ IX / 3.

Kisiskolások a szorzótáblát egy ún. szorzócsillag segítségével is tanulhatják. Egy fa táblába egy körvonal mentén egyenletesen elosztva 10 szöget vernek és megszámozzák ezeket a kiálló szögeket 0-tól 9-ig.

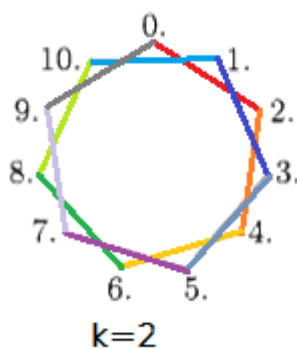
A nullára kötnek egy hosszú fonalat, és ahogy elkezdik mondani a szorzótáblát, úgy tekerik rá a kiálló szögekre (egyszer 3 az 3, kétszer 3 az 6, 3-szor 3 az 9, négyszer 3 az 12, ötször három az 15...). A hármas szorzótáblánál szép csillag alakú lesz a minta. Ez csak egy segédeszköz, könnyebb megjegyezni úgy, hogy vizuálisan is nyomon követik, mozgással is megerősítik, jobban megértik a szorzótábla menetét. Aztán el kell jutni egy olyan szintre, hogy már menjen szorzócsillag nélkül is.

- a) Van-e még olyan szorzótábla, amelynél ugyanazt a mintát, ugyanolyan csillagöszöget kapunk, mint a 3-asnál?
- b) És milyen lesz a minta a 9-es szorzótáblánál?
- c) * n -ágú szabályos csillagokat kell rajzolni. Ezeket úgy kapjuk, hogy a szabályos n -szög egyik csúcspontjából indulva minden k -adikat összekötjük, amíg vissza nem érünk a kiindulási pontba. Csak azok az elfogadható megoldások, ahol valóban csillag keletkezik.

Nézzük először az $n=11$ esetet, legyenek k lehetséges értékei: $k=3,4, 5$.
Mi lesz a csúcsok összekötésének sorrendje? Milyen mintákat kapunk?
PL. $k = 2$ esetén:

Ha $k=2$, a csúcsok összekötésének sorrendje:

0., 2., 4., 6., 8., 10., 1., 3., 5., 7., 9., 0.



Milyen mintákat kapunk $k = 3$ esetén? És $k = 4$ -nél? És $k = 5$ esetében?

Alakzatok síkban és térben_ IX / 4.

Hány olyan háromszög van, amelynek 3 csúcsát egy szabályos hatszög csúcsai közül választottunk ki?

A) 120 B) 6 C) 20 D) 3 E) 18

Gráfok_2 IX/5.

Egy találkozón kiderült, hogy mindenki pontosan három embert ismert, kivéve egy embert, aki csak egy személyt ismert a jelenlevők közül. Legkevesebben hányan voltak a találkozón, ha az ismeretségek kölcsönösek?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Alakzatok síkban és térben_5_ IX/6.

Egy régi geometriakönyvben az alábbi eljárást ajánlották kilencszög szerkesztésére:

Szerkessz egy O középpontú, R sugarú kört!

A körvonal egyik pontjából kiindulva nyolcszor mérd fel körző segítségével a sugár $9/7$ – szeresét!

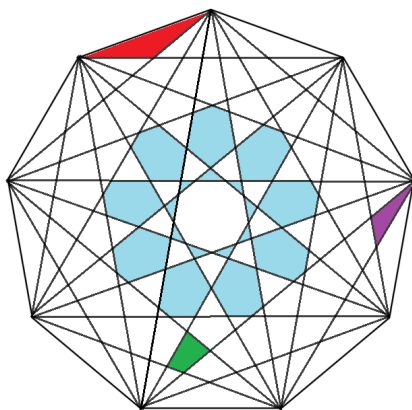
Kösd össze sorban a körvonalon bejelölt pontokat és megkapod a szabályos kilencszög csúcsait.

Mellesleg a szerkesztés során használt $9/7$ R szakasz e körbe rajzolható csillagötszög egy oldala.

Szerkeszd meg a fenti módon leírt sokszöget egy 7 cm sugarú körben, és igazold vagy cáfold meg a módszer helyességét!

Alakzatok síkban és térben_1_ IX/7.

Az ábrán egy szabályos kilencszög található, amelybe az összes átlót belerajzoltuk. Kék színnel elkezdjük a díszítést. Színezzük tovább a megkezdett módon! Milyen lenne a pirossal, a zölddel és lilával jelölt idom? Fehér vagy kék?



Alakzatok síkban és térben_2_ IX/8.

Rajzoljunk 5 egyenest, ezek között legyen három, egymással párhuzamos! Hány metszéspont keletkezik rajzolás közben maximálisan?

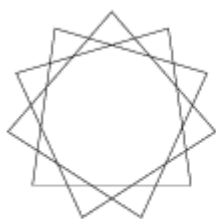
- A) 3 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Megoldások

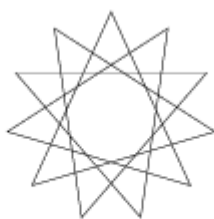
- 1.) belső szögösszeg a kilencszög esetén: 1260° ,
külső szögösszeg a kilencszög esetén: 1980° ,
különbség: 720°

2.) $n(n-3)/2 = 27$
 $n(n-3) = 54$
 $9 \cdot 6 = 54$
 $n = 9$

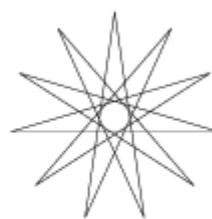
3.) c)



$k = 3$



$k = 4$



$k = 5$

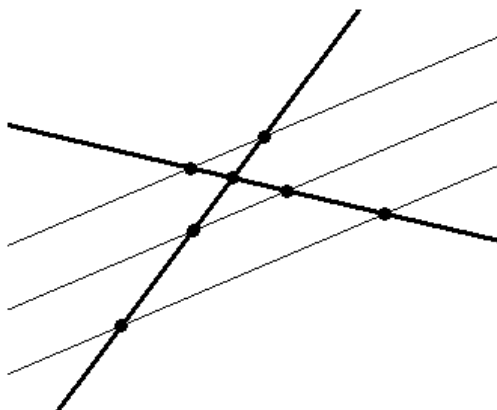
- 4.) $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$, de pl. ABC és ACB ugyanaz a háromszög; ezért osztani kell $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ -tal, tehát 20.

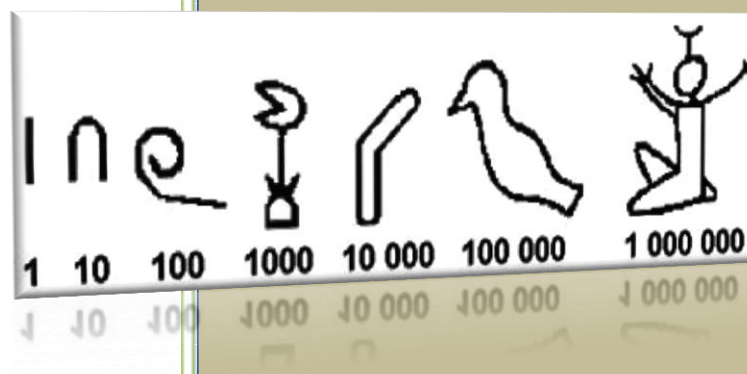
5.) 6

- 6.) A számítás szerint a szabályos kilencszög egy középponti szöge 80° -os, a fent megadott módszerrel pedig – szintén számítás szerint – $80,010402^\circ$ -os. Ez a különbség azonban olyan kicsi, hogy a rajzolás / szerkesztés során nem észlelhető!

- 7.) A zöld és a lila idom fehér lenne; a piros kék

8.) C) 7





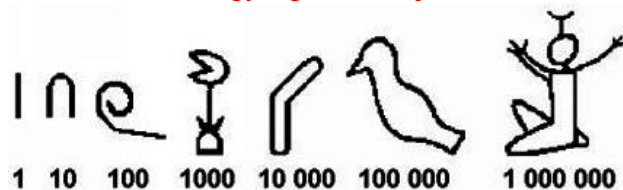
X. Az ókori matematika nyomában

Ma arab számokat használunk, és tízes számrendszerben számolunk.

Az ősember az ujjait használta a számoláshoz, az ujj neve latinul *dignus*, innen származik a számjegy angol neve: *digit*.



Egyiptomban az i.e. 2000 körül már jól kialakult tízes számrendszert használtak. Minden következő tízes egységre külön jelük volt, mert a helyi érték fogalmát még nem ismerték.



Tízes számrendszer használatára utalnak a római számjegyek is. A tízes számrendszerre mutató 1,10,100 és 1000 jeleket kibővítették az 5, 50 és 500 jelével.

I = 1; V = 5; X = 10; L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000.

Egyes kutatók szerint a számjegyek alakját kézjelekkel is mutatták, s innen származtatható az írásbeli jelölésük...



V = 5



RANGSorolás

A diákoknak levétítünk egy prezentációt a szombathelyi ISEUM SAVARIENSIMUM állandó kiállításáról. Valószínűleg a gyerekek nagy többsége most találkozik a kiállítás anyagával, így bátran feltehetjük a kérdést: - melyik kép / dia volt számotokra a legérdekesebb?

A gyerekek a könnyebb áttekinthetőség kedvéért megkapják a diákról készített emlékeztető jegyzetet, illetve a képekhez kapcsolódó feladatsort.

Rangsorolás : véleménycsere révén gyakoroljuk a gondolkodást.

A rangsorolás ugyanakkor demokratikus eljárás is, amely vitára, odafigyelésre, majd megegyezésre ösztönöz.

VAGY

A gyerekek megkapják a képekhez kapcsolódó feladatsort. A képek tanulmányozása mellett feladat a példák megoldása is.

Az osztály párokban dolgozik. (Utána lehet esetleg a „Négyes páros” kooperatív módszer alapján folytatni!)

A kiadott feladatokat kell rangsorolniuk „érdekességi – sorrend” felállításával. Vitassák meg, melyik a legérdekesebb, ez kerüljön fel a piramis csúcsára.

Amikor a párok elkészültek a sorrend felírásával, vitassuk meg osztályszinten a felírt sorrendeket, majd ezek felhasználásával kerüljenek a táblára egy nagy piramisba beragasztva az érdekességi sorrendbe rendezett (a feladatokhoz kapcsolódó, a feladatokra emlékeztető) képek.

Beszélgünk ezekről a képekről az osztállyal, vitassuk meg a kialakult sorrendet!

Ha kevés az időnk, akkor rangsoroljuk csak az első hármat!

Mérés _ 2_ X a / Történelem

ÓKORI MATEMATIKA nyomában



A Savariában felállított mérföldkőről az olvasható le, hogy Róma Savariától (DCLXXV) ezer (M) passusra (P) - páros lépésre - (lép a bal láb, majd a jobb - ez így kb. 1,4 méter) található.

Hány kilométer ez alapján Savaria és Róma római utakon mért távolsága?

Ha 1 római mérföld = 1481,5 méter, akkor hány római mérföld felel meg hozzávetőlegesen 10 km -nek?

A római korban 10-14 km-ként létesítettek kisebb útállomásokat;

20-28 km-ként volt egy-egy nagyobb helység;

50-70 km-ként következett egy - egy város.

Hány római mérföldre volt kisebb útállomás:

nagyobb helység:

és egy - egy város:

Savaria Scarbantiától 34 mérföldre van, ezkm.





Mérés _ 2_ X b/ Történelem

Űrmértékek: 1 amfora = 2 urna = 8 congius = 26,26 l



Töltött csirke (pullus fusilis)

Hozzávalók: 1-1 és fél kg csirke, 30 dkg darált hús (fele marha, fele disznó), 0.25 kg borjúvelő (el is hagyható), 10 dkg zabdara (búzdara is jó), 2 tojás, ½ dl olaj, 5g lestyán, 2g gyömbér, 3g őrölt bors, 5g zöld bors, 5dkg pínemag, garum vagy só ízlés szerint (1-2 g).

A borsot, lestyánt, gyömbért, darált húst és a főtt zabdarát tedd egy tálba. Add hozzá (a húslevesben főtt és széttört borjúvelőt,) a tojásokat, és keverd, amíg sima masszává áll össze. Ízesítsd garummal, tedd bele az olajat, a zöld borszemeket és a pínemagot. Töltsd mindezt az előre elkészített csirkébe, de hagyj benne szabad helyet is. Sütőben süsd kb. 1 óráig 220 fokon.

Add meg az ételhez szükséges mennyiségeket grammban és unciában!

1 libra (as) = 12 uncia = 328,32 g

Csirke:

Darált hús:

Borjúvelő:

Zabdara:

Lestyán:

Bors:

Píneamag:

Garum:



/ A fényképek az Iseum Savariense Régészeti Műhely és Tárház állandó kiállításán és Carnuntumban készültek. /

Mérés _ 2_ X c/ Történelem

Prefixumok

1 **dkg** az 10 g. Itt a "deka" szó az valaminek a tízszeresét jelenti, tehát ha vesszük a gramm 10-szeresét, akkor egy dkg-ot kapunk.

A **kilogrammnál** ugyanúgy, ahogy a kilométernél is, a "kilo" az valaminek az ezerszeresét jelenti. Tehát itt a gramm ezerszerese az 1 kg. Azaz pl. 2,5 kg 2,5 –szer *ezer grammot* jelent, vagyis 2500 grammot.

deka	-	tízszeres	*10	dekagramm	tíz gramm
hekto	-	százszoros	*100	hektoliter	száz liter
kilo	-	ezerszeres	*1000	kilogramm	ezer gramm
deci	-	tized	:10	deciliter	tized liter
centi	-	század	:100	centigramm	századgramm
milli	-	ezred	:1000	milligramm	ezredgramm



Számold ki!

Hány perc 11 kilo-óra?

Hány deciméter 12 hektométer?

Hány centiliter 23 hektoliter?

Hány másodperc egy milliperc?.....

Hány méter egy római decimérföld?

Hány négyzetméternyi szövet az egy római négyzetcentimérföld?

Hány dekagrammot mértünk a mérleggel, ha 17 hektogramot mértünk?

Hány deciliter gabonánk van, ha 5,5 dekaliternek mértük?

Számolás _ 2_ X d / Történelem

Legionariusok fizetése



Egy kis érdekesség: (az i.e. 1. században) Caesar idejében egy legionárius évi 225 dénárt keresett, ami napjainkban kb.3,6 millió forintnak felelne meg.

Mit gondolsz, jó fizetés lehetett ez? Válaszodat számítással indokold!

Alakzatok síkban és térben _ 2_ X e / Történelem

Savaria lakó és középületeinek padozata mozaikkal borított volt. Az Iseum freskótöredékei páratlan szépségű falfestményekre utalnak. Egészítsd ki, folytasd az alábbi mintákat, ne keltsék a töredék hatását!



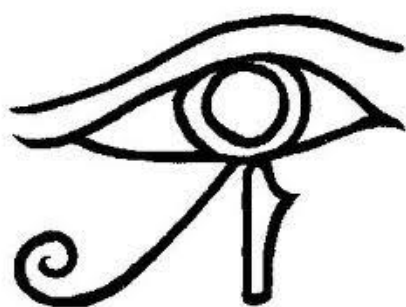


Számolás _ 2_ X f / Történelem

HÓRUSZ SZEME



(	= ?
^	= $\frac{1}{2}$
o	= $\frac{1}{4}$
^	= $\frac{1}{16}$
6	= $\frac{1}{32}$
	= $\frac{1}{64}$



Hórusz sólyomisten volt, a szeme félig emberé, félig sólyomé. Szemének misztikus jelentősége volt. Ozirisz és Ízisz egyetlen fiaként Hórusz esküt tett, hogy megbosszulja apja halálát, akit annak fivére, Szeth ölt meg. Egyik párviadalukban Szeth kitépte Hórusz szemét. Hat darabra szaggatta és a darabokat szétszórta Egyiptom felett. A legenda szerint az istenek közbeléptek: Hóruszt Egyiptom királyává és a fáraók védelmezőjévé tették. Thotot a tanulás és varázslás istenét utasították, hogy rakja össze Hórusz szemének darabjait.

A stilizált Hórusz sólyomszem részei szolgáltak a gabonamennyiség bizonyos törtrészeinek a jelölésére.

Hórusz szeme ezután a teljesség, a tisztánlátás, a bőség és a termékenység jelképe lett; amuletté vált, formája az Udzsat – szem.

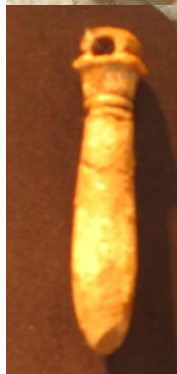
Az egyiptomi mitológia szerint Hórusz szeme az idők során egybeforrt. Thotnak most mennyivel kellene kiegészítenie a törtéket, hogy kiadják az egészet?

Logika_2_ X g / Történelem

Az alábbi sorokban a papirusz készítésének lépéseit láthatod, ám a sorrend nem jó.

Rakd helyes sorrendbe a munkafolyamat lépéseit!

- I. kő- vagy csonteszközzel a lapok felületét simára csiszolták
- II. a papiruszlapokat a napon megszárazították
- III. fakalapáccsal további nedvesítés közben a két réteget összedolgozták
- IV. a papirusz nád rostos szárából vékony szeleteket vágtak,
- V. a nedves, egymásra helyezett szeleteket simára kalapálták
- VI. a lapokat összeragasztották
- VII. tekercs formájában hozták forgalomba
- VIII. egy másik réteget keresztbe az elsőre helyeztek
- IX. a szeleteket egy vízzel nedvesített deszkalapon szorosan egymás mellé helyezték

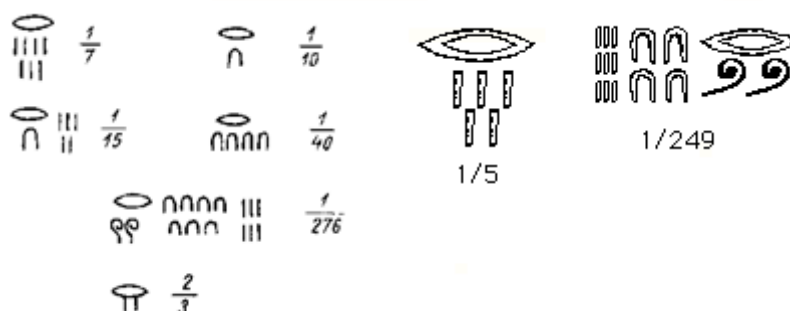


Egyiptomi számírás

1	I	tollvonás
10	∩	kengyel, béklyó
100	@	kötéltekeres
1 000	⦿	lótusz
10 000	∩ I	középső ujj
100 000	⤴	ebihal
1 000 000	⦿	a végtelen istene



A hieroglifák lehetőséget nyújtottak törtszámok megjelenítésére is. Mivel az egyiptomiak döntő részben **egységtörtekkel** dolgoztak, elég volt egy szimbólum ahhoz, hogy minden általuk ismert törtet ki tudjanak fejezni. A száj-jel, ami részt is jelentett, reciprokára változtatta azt a számot, ami felett szerepelt. Ha a szám túl nagy volt, akkor elég volt az első - azaz a jobboldali - része fölé rajzolni a száját. Két speciális törtnek, a kétharmadnak és a háromnegyednek saját szimbóluma volt.



Ismerték a **közönséges törteket**. Ezek előállításában az egész számok reciprok értékei, tehát az 1 számlálójú törtek) fontos szerepet játszottak. Táblázataik voltak arra, hogy az egyéb törteket hogy lehet ilyen reciprokok összegeként előállítani. Ismerték pl. az alábbi előállítási módokat:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{43} = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{229} + \frac{1}{301}$$

Az egész számok reciprokaként előállítható törtek leírásánál a nevezőként szolgáló szám fölé a "rész" jelét írták. A nem ilyen alakú törtek közül csak a 2/3-nak van külön jele.

A Rhind-papirusz 4. problémája ez: osszunk szét hét cipót tíz ember között. Válasz: minden ember $\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$ (hiszen $\frac{2}{3} + \frac{1}{30} = \frac{20}{30} + \frac{1}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$) cipót kap.

Például a 2/9-et $\frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ alakban írták, hasonlóképpen

valamint $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$.

$$2/17 = 1/12 + 1/51 + 1/68,$$

Ellenőrizd, helyesen számoltak-e?

Kutatási feladatok:

X / K1

Hasonlítsd össze az ókori népek által használt számrendszereket; számjegyeket! Miben különböznek leginkább? Melyik volt az a legnagyobb szám, amelyet le tudtak írni? Melyeket használjuk ma is? (Változatlan formában használjuk?)

X / K2

Írjál ajánló szöveget Péter Rózsa: Játék a végtelennel című könyvéhez matematika szakkörre járó diákok részére. Hogyan lehet játszani a végtelennel? Mutass rá, miért találó a cím?

Feladatok

Számolás

3_történelem X/1.

Bontsd fel a $\frac{2}{15}$ –öt két, $\frac{1}{n}$ alakú törtre!

Egyiptomi törtek: Minden pozitív racionális szám felírható véges sok egész reciprokának összegeként. Például:

$$\frac{5}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{21}$$

Sőt, minden pozitív racionális számnak végtelen sok ilyen formájú, különböző felírása lehetséges.

Számolás

3_történelem X/2.

- a) Írd le a 2013 számot egyiptomi számírással!
- b) Egy egyiptomi gazda kertjében struccok és tevék vannak. Összesen $\text{IIIIIIII}\overset{\curvearrowright}{\text{I}}$ fejet és $\text{IIIIIIII}\overset{\curvearrowright}{\text{I}}\overset{\curvearrowright}{\text{I}}\overset{\curvearrowright}{\text{I}}\overset{\curvearrowright}{\text{I}}$ lábat számoltam meg. Hány strucc és hány tevé van az udvarban?
- c) **REGULA FALSI, azaz a „hamis szabály”.**

Feladat: Egy szám meg a hetedrésze 19. Melyik ez a szám? Ma így oldanánk meg: $x + x/7 = 19$, tehát $8x/7 = 19$, azaz $x = 19 \cdot 7/8$.

A feladat „egyiptomi” megoldása: Tegyük fel, hogy a keresett szám a 7. $7 + 7/7 = 8$, s nem 19, tehát a keresett szám nem a 7, *hanem ennél annyiszor nagyobb, ahányszor a 19 nagyobb a 8-nál:*

$$19 : 8 = 2 + 1/4 + 1/8$$

A keresett szám tehát $7 \cdot (2 + 1/4 + 1/8) = 16 + 1/2 + 1/8$. *Vagyis tetszőleges értékből kiindulva a helyes megoldás megkapható.*

Oldd meg mai és „egyiptomi” módszerrel is a következő feladatot:

- d) Egy szám és negyede 15. Melyik ez a szám?

Algebra_3_történelem X/3.

A **Rhind-papirusz** egy óegyiptomi, számtannal és mértannal foglalkozó papirusztekercs, amelyet Jahmesz (Ahmesz) írnok készített

Kr. e. 1750 táján. Nevét felfedezőjéről, Henry Rhind skót régiségkereskedőről kapta. Írójáról szokás még **Ahmesz-papirusznak** is nevezni. Ez a mű az elsőként megismert, ókori egyiptomi matematikával foglalkozó írás.



A **Rhind-papirusz** 50-es példája egy 9 egység (*khet*) átmérőjű **kör területének** kiszámítását tűzi ki célul. A módszer figyelmet érdemel: vegyük el az átmérőből az 1/9-ét, majd az eredményt szorozzuk meg önmagával. Tehát a d átmérőjű kör területét a

$$\left(d - \frac{d}{9}\right)^2$$

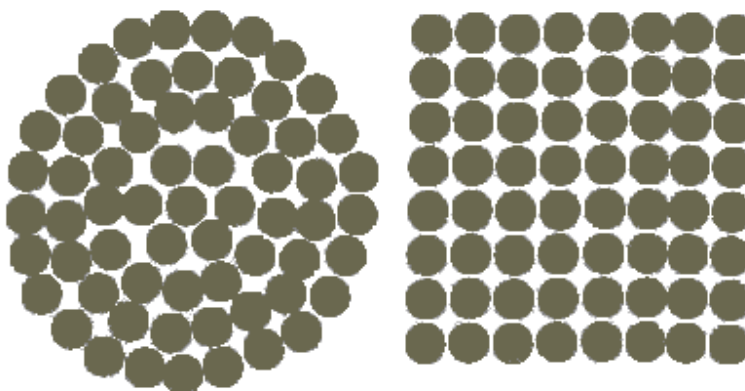
képlettel kifejezett módon számították. Alakítsuk át a fenti képletet, ne szerepeljen benne a kör átmérője, hanem csak a sugara és bontsuk fel a zárójelet!



Geometria _3_történelem X/4.

Hasonlítsuk össze a mai képletünkkel, fejezzük ki a kör sugarával a kör területét! ($t = r^2 \pi$)

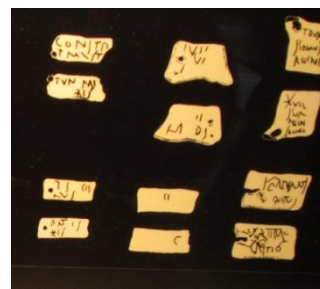
Milyen értéket használtak az egyiptomiak a π helyett?



Számsorok 3 történelem X/5.

A gyerekek nagyon nehezen tanultak meg számolni a római számokkal, gondoljunk csak arra pl., hogy ezeknél nincsenek helyi értékek.

A római számíráshoz a felhasznált betűk a latin ábécéből származnak:



I = 1,

X = 10,

C = 100,

M = 1000.

V = 5

L = 50,

D = 500,

Az I csak V illetve X *előtt* állhat! A korai időszakban a fenti betűket használták, de a többszörözésre 4 ezer felett az I és egy fordított C szimbólumot használtak. Később ezt megváltoztatták: egy vízszintes vonal a betű felett ezerszerest jelölt, a betű mindkét oldalán szereplő függőleges vonal pedig százszorost jelölt.

Példák:

$\overline{I} = 1000$ $\overline{V} = 5000$ $\overline{II} = 100\ 000$ $\overline{IV} = 500\ 000$

Ugyanezt a felülvonást más értelemben is használták, ezzel jelezték, hogy az adott betű számként értelmezendő. Az idők folyamán egyes számértékek jelölése eltérő lehetett. Így találhatunk 4 értékben IIII-t és IV-t is. Nagyobb számok helyes leírásánál először az ezresek kerülnek sorra, aztán a százaskok, aztán a tízesek aztán az egyesek. Például:

1968 = M + CM + LX + VIII = MCMLXVIII



a) Írd le római számokkal a jelenlegi évszámot!

b) Publius Quintilius Varus római hadvezér i. sz. 9-ben a következő rejtvényt adta föl a (*Praefectus legionis*) zászlóalj – parancsnokságra pályázó légionariusainak:
folytassák a megkezdett számsorokat!

I.) IV VIII XII XVI...

II.) III V IX XVII...

III.) VI XV LX CL...

IV.) C CV LV LX ...

Te jól feleltél volna?

A római számokat napjainkban leginkább sorszámozásra, fejezetszámozásra, a nagyobb városokban a kerületek jelölésére, valamint dinasztiák neveiben használják. Ezen kívül általában régi épületeken az építés évét jelzik velük.

Számolás 3
történelem X/6.

Defixionum tabellae (római átoktáblák) ABPAΣAE

Kr.e. IV.-V. századtól kezdve az átoktáblák használata széles körben elterjedt, különösen a Földközi-tenger medencéjében, a racionalista görögöknél Attikában (igaz, a hellenisztikus korban a szövegek még nem tartalmazzak “mágikus” szavakat), majd a Római Birodalom minden szegletében.

Az átoklemezeken általában kis, vékony fémlapok voltak, melyeket hengerformára felgöngyölítettek, és templomok, kutak, vizek vagy szentnek tartott helyek közelében dugták el. A szombathelyi Iseumban is őriznek egy átoktáblát.



Az *Abraxas-gemmák* a római császárkorban igen elterjedt, amulettként használt mágikus gemmák. Az Abraxas-gemmák egy csoda-alakot ábrázoltak, rajta a bűvös erejű *Abraxas* szóval, görög írásban. Az alaknak emberi törzse volt, ember karokkal, kakasfeje, a lábai pedig kígyók voltak; az alak egyik kezében korbácsot, a másikban koszorút tartott.

A titokzatos jelentésű szót a legtöbb mágus és alkimista használta, mint bűvös igét.

Az **Abraxas**, **Abrasax** vagy **Abracax**, homályos eredetű, babonás jelentésű szó, melyet többféleképp magyaráznak. Némelyek szerint az *abrak* és *sex* (szadzsi) egyiptomi szókból származik és „szent szó”, „áldott név” az értelme; mások szerint **Abrasax** a helyesebb formája és a görög számjelekből magyarázható meg.

Számold ki, mennyit érnek az **ABPAΣAE** szó betűi!

Görög ABC

Görög betű magyaros átírása	Megfelelés magyar betűnek	Szimbólumok (nagy, kicsi)	Számérték
Alfa	A	A α	1
Béta	B	B β	2
Gamma	G	Γ γ	3
Delta	D	Δ δ	4
Epsilon	E	E ε	5
Zéta	Z	Z ζ	7
Éta	H	H η	8
Théta	Q	Θ θ	9
Iota	I	I ι	10
Kappa	K	K κ	20
Lambda	L	Λ λ	30
Mű	M	M μ	40
Nű	N	N ν	50
Kszi	X	Ξ ξ	60
Omikron	O	O ο	70
Pi	P	Π π	80
Rhó	R	Ρ ρ	100
Szigma	S	Σ σ	200
Tau	T	Τ τ	300
Üpsilon	U	Υ υ	400
Fí	F	Φ φ	500
Chí (khí)	C	Χ χ	600
Pszí	Y	Ψ ψ	700
Ómega	W	Ω ω	800

Kombinatorika _3_ történelem X/7.

A római táblás játékok egy részéhez lecsiszolt szélű üveg vagy kerámia korongokat használtak bábuként –ilyen játék volt például a Tabula, melyet széles körben játszottak az egész Római Birodalomban az 1. század elejétől.

Úgy vélik, hogy ez a játék előfutára a Backgammonnak.

A játékosok minden körben dobnak a kockákkal, és ennek megfelelően lépnek a bábukkal. Választhatnak, hogy két bábuval lépnek-e, vagy egy bábuval. Előbbi esetén egy-egy bábuval annyit lépnek, amennyit az egyes kockák mutatnak. Utóbbi esetén a két kockán látható számok összegének megfelelően lépnek egy kiválasztott bábuval.

Például, ha a dobott számok II és V, akkor az egyik bábuval léphetünk kettőt, a másikkal ötöt, vagy egy bábuval hetet. Dupla dobás esetén bónusz is van, ami azt jelenti, hogy a két dobott számot megduplázzuk. Adjuk meg az összes lehetőséget dupla III-as dobás esetén!



Útmutató a feladatok megoldásához

X/a

A ROM S M P/ DCLXXV (feloldása: a Roma Savaria miliapassuum DCLXXV), jelentése: Savaria Rómától 675 mérföldre (1 római mérföld = 1481,5 méter), azaz kb. 1000 km-re van.

Hány római mérföld felel meg hozzávetőlegesen 10 km –nek ? 6,75

A kisebb útállomások kb. 7- 10,

a nagyobb helységek kb. 14 – 19,

és egy – egy város kb. 34 – 47 római mérföldre volt.

Savaria Scarbantiától 34 mérföldre van, ez kb. 50,5 km.

X/b

Csirke: 1000 g = 36,55 uncia ; 1500 g = 54,8 uncia

Darált hús: 300 g = 10,96 uncia

Borjúvelő: 250 g = 9,125 uncia

Zabdara: 100 g = 3, 65 uncia

Lestyán: 5 g $\approx$ 0,18 uncia

Bors: 3g $\approx$ 0,11 uncia

Píneamag: 50 g $\approx$ 1,8 uncia

Garum: 1-2 g $\approx$ 0,037 – 0,073 uncia

X/c

11 kilo-óra = 11*1000*60 perc = 660000 perc

12 hektométer = 1 200 m = 12 000 dm

23 hektoliter = 2 300 l = 230 000 cl

egy milliperc = 0,001 perc = 0,06 másodperc

egy római decimérföld = 1481,5 * 10⁻¹m = 148,15 m

egy római négyzetcentimérföld = (14,815m)² = 219,48m²

17 hektogram = 1700 g = 170 dkg

5,5 dekaliter = 55*10 dl = 550 dl

X/d

3 600 000 : 12 = 300 000 Ft havi nettó nem rossz fizetés.

Ma nettó 200 000 *12 = 2 400 000 Ft fizetéssel számolhatunk.

X/f

$$x + 1/2 + 1/4 + 1/16 + 1/32 + 1/64 = 1$$

$$x + \frac{32 + 16 + 4 + 2 + 1}{64} = \frac{64}{64}$$

$$x + 32 + 16 + 4 + 2 + 1 = 64$$

$$x = \frac{9}{64}$$

$\frac{9}{64}$ a hiány.

X/g

A papirusz nád rostos szárából vékony szeleteket vágtek,
a szeleteket egy vízzel nedvesített deszkalapon szorosan egymás mellé helyezték
a nedves, egymásra helyezett szeleteket simára kalapálták
egy másik réteget keresztbe az elsőre helyeztek
fakalapáccsal további nedvesítés közben a két réteget összedolgozták
a papiruszlapokat a napon megszáraitották
kő- vagy csonteszközzel a lapok felületét simára csiszolták
a lapokat összeragasztották
tekercs formájában hozták forgalomba

X / 2.

b) 12 strucc, 6 teve

d) Mai számolás szerint: $x + x/4 = 15$
 $x = 12$

Egyiptomi számolás: legyen a keresett szám pl. 4. Így:

$$4 + 4 / 4 = 5$$

$$15/5 = 3 = 2 + 1$$

$$4 * (2+1) = 12$$

X / 3. 4.

$$\left(d - \frac{d}{9}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 = \frac{64}{81}(2r)^2 = 3,1605r^2,$$

tehát a ma használatos 3,14 helyett a 3,1605 értéket használták.

X / 5. b)

XX

XXXIII

DC

X (100; 105; 55; 60 => +5; -50; +5)

X/ 6

ABPAΣAΞ szó betűi 365-öt érnek, mert:

A = 1, B = 2, P = 100, A = 1, Σ = 200, A = 1, Ξ = 60

X/ 7

Ha a dobott számok III és III, akkor az alábbi variációk közül választhatunk:

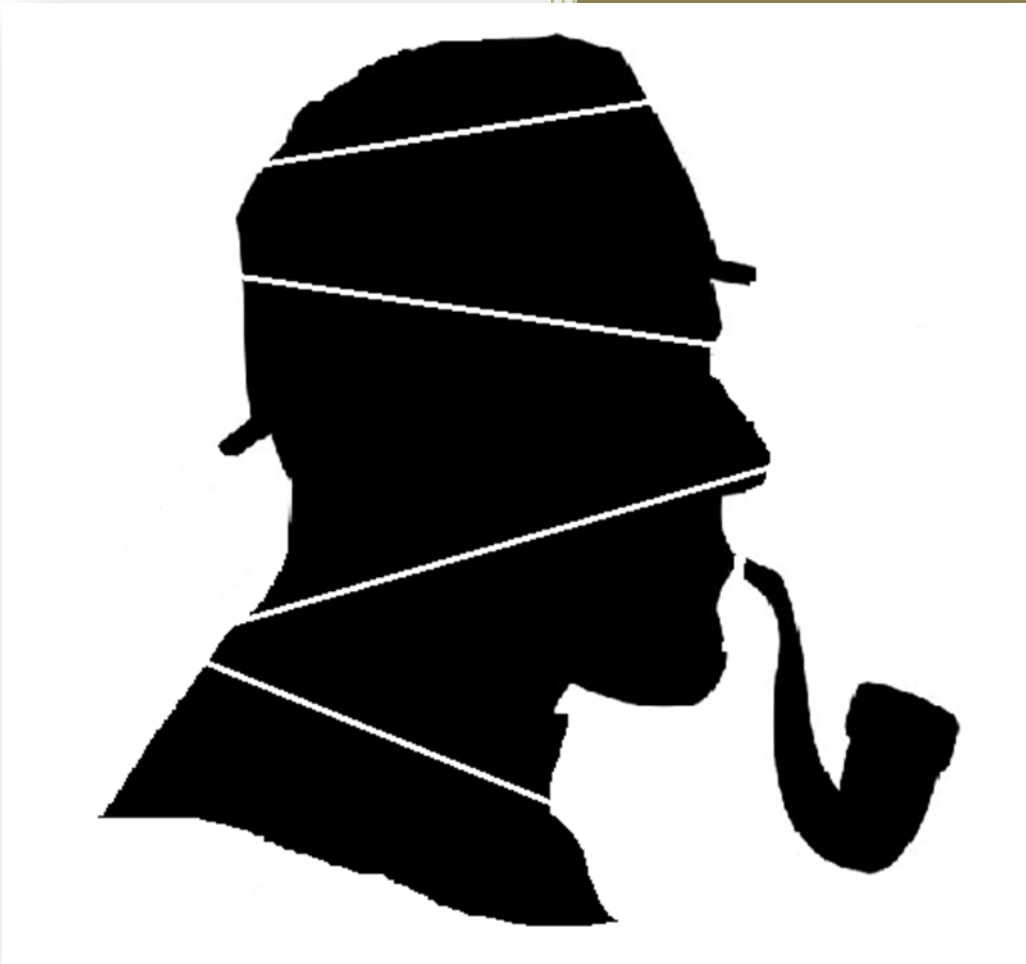
3, 3, 3, 3

3, 3, 6

6, 6

3, 9

12



XI. Csoportmunka

11 – kinek mi jut erről a számról az eszébe? Van, akinek a 11 focista a gyepen, van, akinek a 11 vadhattyú csapata, van, akinek a Messier-katalógus 11. objektuma, a Vadkacsa-halmaz...

Csapat valamennyi. Az egyéni munkák mellett fontos, hogy tudjunk csapatban is dolgozni. Bizony, ezt is tanulni kell!

Memórijáték csoportosan

A klasszikus memórijátékhoz tartozó kártyákat helyezzük el sorokban – oszlopokban az asztalon, képeikkel lefelé fordítva.

A játék célja azonban most ne az egyéni siker legyen, hanem szabjunk meg egy időt, pl. 5 percet, s próbáljuk ennyi idő alatt megkeresni a párokat. Beszélni a játék alatt nem lehet, ám azzal segíthetünk a csapatnak, hogy miután az utánunk jövő játékos felfordít két lapot, mi is felfordítunk még egyet!

(Hátha emlékszünk a felfordítottak párjának helyére, illetve nyilván három kártya között nagyobb eséllyel találunk párt!)

Ha sikerül a megadott időn belül minden párt megtalálni, akkor a társaság együtt győzött, ha kifutottak az időből, kezdjenek bele egy újabb körbe, és kicsit több időt adjanak maguknak! Ez vicc!:

"Sherlock Holmes és dr. Watson túrázni mennek, felállítják a sátrukat, és elalszanak. Néhány óra múlva Holmes felébreszti hűségese társát:

- Watson, nézzen fel az égre, és mondja meg, mit lát!

- Milliós csillagot látok.

- És mit mond ez önnek?

Watson eltöpreng egy darabig.

- Asztronómiai szempontból ez azt jelenti, hogy milliárdnyi galaxis létezik, és potenciálisan milliárdnyi bolygó. Asztrológiaiilag ez azt jelenti, hogy a Szaturnusz az Oroszlánban áll. Az idő tekintetében ez azt jelenti, hogy körülbelül negyed négy van. Teológiai szempontból ez a bizonyíték arra, hogy az Úr mindenható és hogy mi kicsinyek és jelentéktelenek vagyunk.

Meteorológiai nézőpontból ez arra enged következtetni, hogy holnap gyönyörű napunk lesz. És önnek mit mond ez?

Holmes hallgat egy darabig, majd megszólal:

- Watson, maga idióta! Valaki ellopta a sátrunkat!!"

Kockázás

Olvassanak el a diákok közösen (vagy valaki olvasson fel) egy rövid krimi, pl. Sherlock Holmes novellát!

Készítsünk elő néhány, a történethez kapcsolódó utasítást, kérdést! Ezeket, ha lehet, logikai sorrendbe kell rakni és ekkor a, b, c, d... betűjelekkel meg kell jelölni. Minden csoportnak jusson egy ilyen csomag!

A diákok hatos csoportokban dolgoznak egy-egy asztal köré ülve. Az asztal közepén lefelé fordítva legyen ott a kártyacsomag, ha betűjeles, akkor legfelül az a) jelű lap.

Minden csoport kap egy dobókockát. A gyerekeket számozzuk meg egytől hatig. (Mivel elég ritka eset az, hogy pont hattal osztható a csoport létszáma, használhatunk pl. a szerepjátékokból ismert 4,8,...oldalú „dobókockákat” is a hatoldalúak mellett...)

Az első játékos dob a kockával és annak a személynek kell felhúzni a lapot és válaszolni a kérdésre, akinek a számát kidobták. Most ő dob, s annak a személynek kell felhúzni a lapot és válaszolni a kérdésre, akinek a számát kidobta...

Mivel senki sem tudja, kinek a száma következik, mindenkinek egyfolytában figyelnie kell! (A véletlenszerűséget jelentő kocka vidámságot hoz a játékba! Ugyanakkor a szabályozott csoportmunka váltott szereplésre, közös felelősségre szoktatja a gyerekeket!)

Pl.

- a) Ki szerepel a viccben?
- b) Hova mentek a szereplők?
- c) Ki ébredt fel először?
- d) Mit látott Holmes?
- e) Kit keltett fel Holmes?
- f) Mit jelentett dr. Watsonnak a csillagos ég látványa asztrológiai szempontból?
- g) Hány óra volt?
- h) Meteorológiai szempontból mit jelentett dr. Watsonnak a csillagos ég látványa?
- i) Hogyan dicsérte meg Holmes a társát?
- j) Mit jelentett Holmes - nak a csillagos ég látványa?
- k) Mi a vicc csattanója?

Halk mondatok

A beszéd kikapcsolásával a megfigyelés folyamatai magasabb szintre lépnek.

A diákok hat fős csoportokban dolgoznak.

Minden csoportnak van egy borítéksorozata, amelyből mindenkinek jut egy – egy boríték. A borítékok egy- egy kép hatod részét tartalmazzák. Az egyes borítékokba kerülő képdarabokat úgy válogassuk össze, hogy senki se tudjon egy teljes képet összerakni a sajátjából.

XI / 1

A feladat az, hogy megadott időre a csapattagok maguk előtt az asztalon egy – egy képet kirakjanak.

A következő szabályokat tartsuk be:

- Teljes csend; senki sem szólalhat meg.
- Mindenki a helyén marad.
- A diákok kirakják maguk elé az asztalra a kártyáikat. Figyelik a többiekét, vajon kinek lehet szüksége egy kártyára; azt odahelyezik a társuk elé az asztalra. Ő a felajánlott kártyát megpróbálja a sajátjaihoz beilleszteni, ha nem passzol, ő is továbbadhatja.
- Nem kell sorba menni, egyszerre többen is pakolhatják a kártyákat.
- A játékosok *csak adhatnak*, maguktól el nem vehetnek, nem kérhetnek kártyát társaiktól.

A feladat akkor fejeződik be, amikor mindenki pontosan kirakott egy képet.

Kemény lecke ez a valódi csoportmunkából, az együttműködésből és az önfegyelemből!

Értékeléskor egyrészt a képösszerakás sikerét, másrészt a gyakorlat fegyelmét értékeljük!

Előkészület:

Ha pl. 6 diák van egy csoportban, akkor előzőleg hat egyforma méretű képet egyenként fel kell darabolni 6-6 részre; s ezekből egyet – egyet berakunk az egyes borítékokba. Tehát egy kép 6 darabjából jusson minden egyes borítékba egy – egy.

A feldarabolásra szánt kép lehet pl.

hat különböző négyszög;

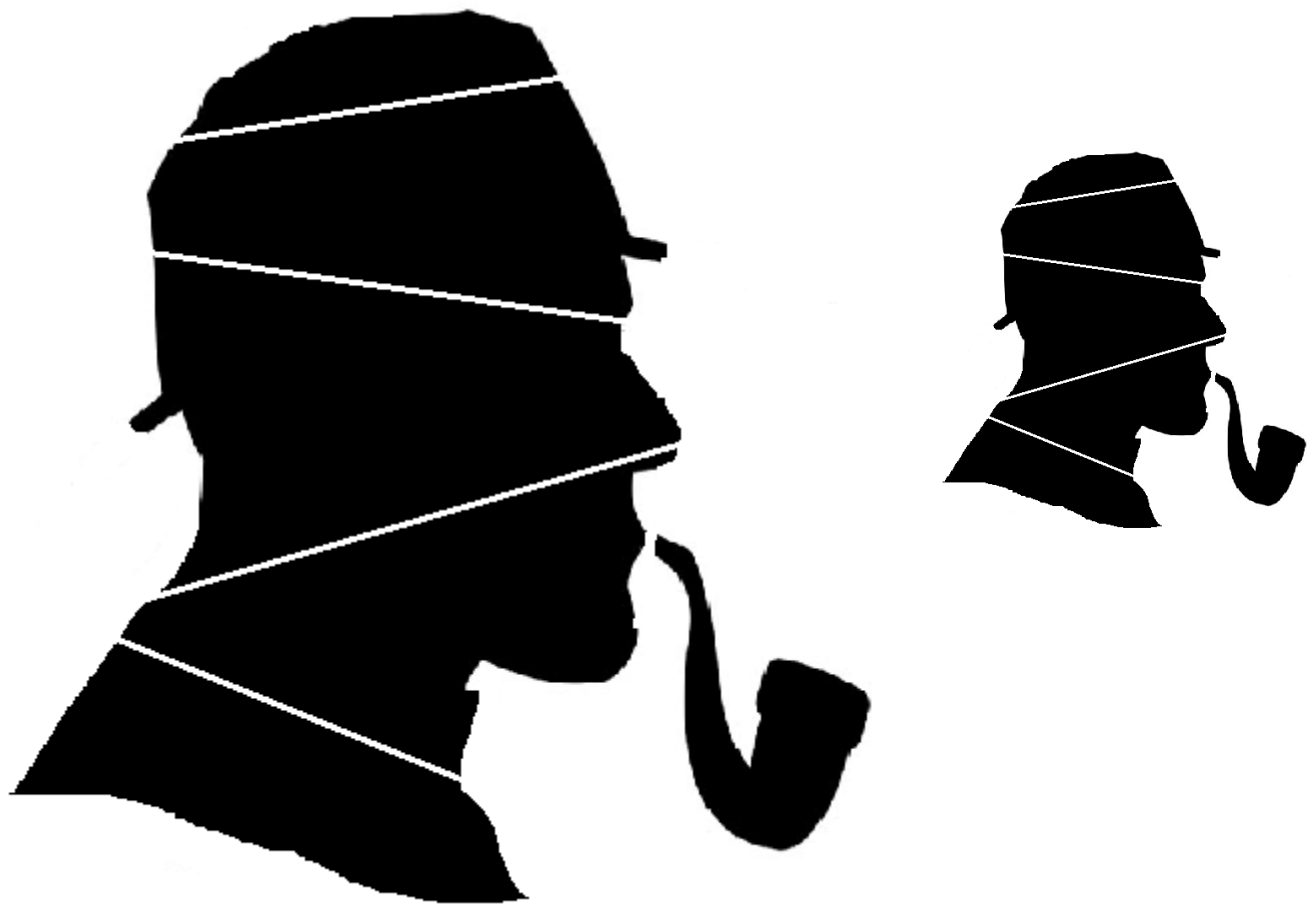
hat különböző méretű négyzet;

hat egyforma, de más – más módon feldarabolt négyzet,

vagy akár hat különböző, de azonos méretben kinyomtatott, majd feldarabolt műalkotás

Íme példának 3 kép:





Kincsvadászat /törött darabok

Mindenki kap egy kártyát, s körben leülnek a diákok. Ezt a kártyát meg kell a játék végéig őrizni, nem lehet átadni vagy megmutatni a társaknak!

Logika _ 5_
irodalom XI
/ 2

A feladat: jelen esetben a kapott szöveg (töredékek) alapján rakják össze a történetet, nyomozzanak, kutakodjanak az igazság után.

A bűntény:

Az elkövetés ideje:

Ki követte el:

Hol:

Milyen szándékkal:

- A szabályok : - csak szóban lehet megosztani az információkat
- csak egy személy írhat
- tartsuk be a megadott határidőt (kb. 20 perc)
- a helyét nem hagyhatja el senki sem!

A csoportban egy olyan viselkedésnormát kell kialakítani, elfogadtatni, amely mindenkire egyaránt vonatkozik:

- hagyni kell, hogy a másik befejezze a mondanivalóját;
- nyugodtan végighallgatjuk társainkat;
- nem teszünk senkit sem nevetségessé;
- figyelünk, hogy bármikor össze tudjuk foglalni, amit társaink addig elmondtak.

I. történet

Ezt a variációt csak akkor vegyük elő, ha a bevezető Sherlock Holmes – viccet nem ismerik még a játékosok!

1. Asztrológiailag csillagos ég látványa azt jelenti, hogy a Szaturnusz az Oroszlánban áll.
2. Sherlock Holmes és dr. Watson túrázni mentek a sherwoodi erdőbe.
3. Watson, nézzen fel az égre, és mondja meg, mit lát! – kéri Holmes.
4. Watson, maga idióta!
5. Watson eltöpreng egy darabig.
6. Asztronómiai szempontból a csillagos ég látványa azt jelenti, hogy milliónyi galaxis létezik, és potenciálisan milliárdnyi bolygó.
7. Sherlock Holmes és dr. Watson felállították a sátrukat.

-
8. Az idő tekintetében csillagos ég jelenlegi látványa azt jelenti, hogy körülbelül negyed négy van.
9. Scherlock Holmes és dr. Watson elaludtak.
10. Meteorológiai nézőpontból a csillagos ég jelenlegi látványa arra enged következtetni, hogy holnap gyönyörű napunk lesz.
11. És a csillagos ég látványa önnek mit mond, Mr. Holmes?
12. Holmes hallgat egy darabig.
13. Néhány óra múlva Holmes felébreszti hűségese társát.
14. A csillagos ég látványa azt jelenti, valaki ellopta a sátrunkat!
15. Teológiai szempontból a csillagos ég látványa bizonyíték arra, hogy az Úr mindenható és hogy mi kicsinyek és jelentéktelenek vagyunk.

A bűntény:

Az elkövetés ideje:

Ki követte el:

Hol:

Milyen szándékkal:

Miért lett dühös Holmes Watsonra?

A megoldás:

A bűntény: ellopták a kirándulók feje fölé a sátrat.
Az elkövetés ideje: hajnali 4 óra előtt
Ki követte el: nem lehet tudni
Hol: a sherwoodi erdőben
Milyen szándékkal: zsákmányszerzés
Miért lett dühös Holmes Watsonra, mert csak tudományoskodott a csillagos éggel,
de nem jött rá, hogy a fejük fölé ellopták a sátrat.

II: történet

A kártyák (a nyomokkal)

1. A nővérem még korábban azt mondta, hogy karácsonyi ajándékba elvihetem a legszebb libájukat, a nővérem pedig mindig állja a szavát!
2. Karácsony második napjának reggelén azzal a szándékkal kerestem fel barátomat, hogy az ünnep alkalmából átadjam neki jókívánságaimat - meséli Watson.
3. Könyörgök, Watson, ne úgy tekintsen a leletre, mint egy kiszolgált fejfödőre. Vegye úgy, hogy ez szellemi csemege, megfejtésre váró rejtvény!
A liba! a liba! Nézze csak meg, uram! Nézze, mit talált a feleségem a bögyében!
4. A kalap karimáját átlukasztották egy helyen a kalapgumi tartója számára, de csak a tartó volt meg, a gumi már leszakadt.
5. Holmes az ujját a kalapgumitartó kis fémkarikájára helyezte. –
6. Ilyeneket csak rendelésre tesznek a kalapra. Ismeretlen barátunknak van ilyen, tehát megrendelte, ami bizonyos mértékű előrelátásra vall, mivel külön erőfeszítést tett azért, hogy megóvja magát és kalapját a szél váratlan támadásától.
7. Tudja maga egyáltalán, mit tart a kezében?
8. Az az ezer font, amely a becsületes megtaláló markát üti majd, tán még a huszadrésze sincs a piaci értékének.
9. A szárnyas bal lábához erősített kártyán az állt: „Mrs. Henry Baker részére,” és az is igaz, hogy a H. B. monogram tisztán olvasható a kalap bélésén.
10. A libaklub tagjai heti pár penny ellenében karácsonyra egy szép hízott libát kapnak.
11. Megbélyegzett ember lettem, anélkül hogy csak egy pillanatra is részem lett volna a gazdagságban, amelyért pedig eladtam a lelkemet..
12. December 22-én James Ryder, a szálloda szobafőnöke Horner vízvezeték-szerelőt személyesen vezette be Morcar grófnő lakosztályának öltözőszobájába, hogy ott a kályha rostélyának egyik meglazult rácsát megforrassza.
13. Amikor Hornert a járőr letartóztatta, az örjöngve ki akarta tépni magát a karjai közül, mindegyre tiltakozott a vád ellen, és ártatlanságát bizonygatta.

-
14. Hirdetés: „Jelentkezzék, aki a Goodge Street sarkán elhagyott egy hízott libát meg egy fekete nemezkalapot H. B. monogrammal. Mindkettő átvehető ma este hat-harminckor a Baker Street 221/B alatt.”
15. Peterson! Vagy várjon csak! Vegyen egy hízott libát visszafelé jövet, és hozza be ide hozzám. Kárpótolnunk kell a kedves Baker urat.
16. Ön rendkívül figyelmes, uram, de engedelmével én inkább friss barátságot kötnék. Mégpedig azzal az ígéretes libával, amely a komódon várja, hogy megsüssék!
17. Ki gondolná, hogy ez a szemrevaló kis csecsebecse a bűnnek és erőszaknak szálláscsinálója?
18. Azt mondja, megették? - Látogatónk ültében félig felemelkedett az izgalomtól.
19. Tudtam, hogy valami borzasztó hibát követtem el, otthagytam a libát.
20. Hát jó. A valódi nevem James Ryder. Pontosan. James Ryder, szobafőnök a Cosmopolitan-szállóban!
21. Morcar grófnő kék karbunkulusa...
22. Tudom, Watsonom, így bűntárs lettem magam is, de ez volt az egyetlen út, hogy megmentsek egy lelket.
23. - Itt az áll: Mrs. Oakshott, Brixton Road 117, szárnyas- és tojástermelő. Az utolsó szállítmánya: december huszonkettedikén huszonnégy darab liba hét shilling hat pennyért.
24. - Nem, de értse meg, az egyik akkor is az enyém volt! - siránkozott a kis ember.
25. - Nem, nem, kedvesem! A valódi nevét kérném! Inkognitóban mindig oly feszélyezett a társalgás.
26. - Értem. A grófnő szobalánya. A könnyű és gyors meggazdagodás lehetősége kísértésbe ejtette.
27. Ne feledje, Watson, bármilyen ártalmatlannak tűnik is ez a libaügy, ha nem járunk a végére, egy ártatlan embert legalább hétévi fegyházbüntetés sújthat miatta. Az is előfordulhat persze, hogy vizsgálódásunk majd csak megerősíti a bűnösségét, nem tudhatjuk még.
28. Kifeszítettem a csőrét, és lenyomtam a torkán a követ, amilyen mélyen csak bírtam.
29. A kalap Karácsony napjának reggelén érkezett Sherlock Holmes-hoz egy jókora hízott liba társaságában, amely azóta már kétségkívül ropogósra sült Petersonék tűzhelyének sütőjében.

A megoldás, azaz a mondatok helyes sorrendben:

(A történet eredetije: Sir Arthur Conan Doyle :Sherlock Holmes kalandjai; A kék karbunkulus)

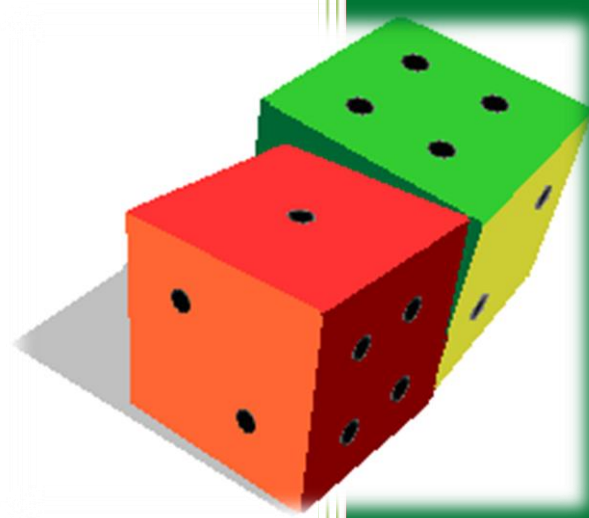
1. Karácsony második napjának reggelén azzal a szándékkal kerestem fel barátomat, hogy az ünnep alkalmából átadjam neki jókívánságaimat.- meséli Watson.
2. Könyörgök, Watson, ne úgy tekintsen a leletre, mint egy kiszolgált fejfödőre. Vegye úgy, hogy ez szellemi csemege, megfejtésre váró rejtvény!
3. A kalap Karácsony napjának reggelén érkezett Sherlock Holmes-hoz egy jókora hízott liba társaságában, amely azóta már kétségkívül ropogósra sült Petersonék tűzhelyének sütőjében.
4. A szárnyas bal lábához erősített kártyán az állt: „Mrs. Henry Baker részére,” és az is igaz, hogy a H. B. monogram tisztán olvasható a kalap bélésén.
5. A kalap karimáját átlukasztották egy helyen a kalapgumi tartója számára, de csak a tartó volt meg, a gumi már leszakadt.
6. Holmes az ujját a kalapgumitartó kis fémkarikájára helyezte. -
7. Ilyeneket csak rendelésre tesznek a kalapra. Ismeretlen barátunknak van ilyen, tehát megrendelte, ami bizonyos mértékű előrelátásra vall, mivel külön erőfeszítést tett azért, hogy megóvja magát és kalapját a szél váratlan támadásától.
8. A liba! a liba! Nézze csak meg, uram! Nézze, mit talált a feleségem a bögyében!
9. Tudja maga egyáltalán, mit tart a kezében?
10. Morcar grófnő kék karbunkulusa...
11. Az az ezer font, amely a becsületes megtaláló markát üti majd, tán még a huszadrésze sincs a piaci értékének.
12. December 22-én James Ryder, a szálloda szobafőnöke Horner vízvezetékszerelőt személyesen vezette be Morcar grófnő lakosztályának öltözőszobájába, hogy ott a kályha rostélyának egyik meglazult rácsát megforrassza.
13. Amikor Hornert a járőr letartóztatta, az Őrjöngve ki akarta tépni magát a karjai közül, mindegyre tiltakozott a vád ellen, és ártatlanságát bizonygatta.
14. Hirdetés: „Jelentkezzék, aki a Goodge Street sarkán elhagyott egy hízott libát meg egy fekete nemezkalapot H. B. monogrammal. Mindkettő átvehető ma este hat-harminckor a Baker Street 221/B alatt.”
15. Peterson! Vagy várjon csak! Vegyen egy hízott libát visszafelé jövet, és hozza be ide hozzám. Kárpótolnunk kell a kedves Baker urat.

-
16. Ki gondolná, hogy ez a szemrevaló kis csecsebecse a bűnnek és erőszaknak szálláscsinálója?
17. Azt mondja, megették? - Látogatónk ültében félig felemelkedett az izgalomtól.
18. Ön rendkívül figyelmes, uram, de engedelmével én inkább friss barátságot kötnék. Mégpedig azzal az ígéretes libával, amely a komódon várja, hogy megsüssék!
19. A libaklub tagjai heti pár penny ellenében karácsonyra egy szép hízott libát kapnak.
20. Ne feledje, Watson, bármilyen ártalmatlannak tűnik is ez a libaügy, ha nem járunk a végére, egy ártatlan embert legalább hétévi fegyházbüntetés sújthat miatta. Az is előfordulhat persze, hogy vizsgálódásunk majd csak megerősíti a bűnösségét, nem tudhatjuk még.
21. - Itt az áll: Mrs. Oakshott, Brixton Road 117, szárnyas- és tojástermelő. Az utolsó szállítmánya: december huszonkettedikén huszonnégy darab liba hét shilling hat pennyért.
22. - Nem, de értse meg, az egyik akkor is az enyém volt! - siránkozott a kis ember.
23. - Nem, nem, kedvesem! A valódi nevét kérném! Inkognitóban mindig oly feszélyezett a társalgás.
24. Hát jó. A valódi nevem James Ryder. Pontosan. James Ryder, szobafőnök a Cosmopolitan-szállóban!
25. - Értem. A grófnő szobalánya. A könnyű és gyors meggazdagodás lehetősége kísértésbe ejtette.
26. A nővérem még korábban azt mondta, hogy karácsonyi ajándékba elvihetem a legjobb libájukat, a nővérem pedig mindig állja a szavát.
27. Kifeszítettem a csőrét, és lenyomtam a torkán a követ, amilyen mélyen csak bírtam.
28. Tudtam, hogy valami borzasztó hibát követtem el.
29. Megbélyegzett ember lettem, anélkül hogy csak egy pillanatra is részem lett volna a gazdagságban, amelyért pedig eladtam a lelkemet..
30. Tudom, Watsonom, így bűntárs lettem magam is, de ez volt az egyetlen út, hogy megmentsek egy lelket.

Kutatósi feladat:

XI / K1

Próbálj meg egy bűnügyi történetet (egy Agatha Christie krimi vagy egy Sherlock Holmes novellát vagy kár a Tizenkét dühös ember című színdarabot) „feltérképezni”, felgöngyölíteni a bűntényt, lépésről lépésre leírni a nyomozás eseményeit –egy – egy egymás alá írt mondatban úgy, mintha egy bonyolultabb egyenletet oldnál meg lépésről lépésre, logikusan.



XII. Pont egy tucat

A 12-nek több osztója van, mint a hasonló nagyságrendű számoknak. A 12 felezhető, harmadolható, negyedelhető, hatodolható. Némelyek szerint a tucat eredete a 12-es számrendszerre vezethető vissza. Angol és német nyelven is a 11 és 12 külön elnevezést kapott: eleven, twelve illetve elf, zwölf. 11 csomó segítségével 12 részre osztott kötéllel mérték földet (3; 4; 5 oldalú, $12 = 3 + 4 + 5$ kerületű derékszögű háromszöggel) Egyiptomban és Mezopotámiában. Az időmérés egységét, az órát ugyancsak a 12 osztású kötéllel mérték ki, a napjárás körívét kétszer 12 - nappali és éjszakai - részre osztva.

4 ujjunk 3 ujjperce összesen 12, és hüvelykujjunkkal mutatni is tudjuk a számolás menetét. A 12 az első olyan szám, amelynek 6 osztója van. A legkisebb bővelkedő szám (kisebb az osztóinak összegénél, önmagukat természetesen nem számítva). Amerikában a bíróság 12 esküdt, olykor – olykor 12 dühös ember döntését várja...

A 12-ről azt tartják, hogy ez a teljesség száma. Az ember, ha két kockával „üldözi a szerencsét”, akkor gyakran erre a 12 pontra vágyik. Vajon mindig ez a nyerő dobás...?

Játékok

XII a / Játékok két dobókockával

Adni vagy kapni

kockajáték 3-10 játékos részére, 2 db kockával

A játékasztalon jelöljük ki négy zsetonhelyet "2", "3", "4" és "5" számozással, egy kartonlap sarkaiba rajzolt körökbe írjuk a számokat.

A játékot 2 kockával játsszák, olyan megegyezéssel, hogy az egyik kocka eredménye a "helyet" jelöli ki, a másik kocka eredménye a "tétet" jelöli.

A játékos a dobás eredménye ismeretében szabadon eldöntheti, hogy a két dobott szám közül melyik jelent helyet, melyik tétet. Ám, ha a választott helyen a mutatott tétnél kevesebb zseton van, azt köteles kiegészíteni a tét értékére, ha kevesebb, vagy a téttel egyenlő zsetont talál ott, akkor azt leveheti.

Nevezetes dobásokkor: ha 1 és 6 az eredmény, akkor nem mozog zseton, ha 1 és 1, akkor a négy sarokba 6 - 6 zseton kerül, ha 6 és 6, akkor minden fent lévő zseton levehető, ha 6 és pl.4, akkor levehető helyenként max. 4 - 4 zseton, ha 1 és pl.3, akkor mindenhova további 3-3-zseton felrakandó...

Házsám

3-10 játékos részére, kockajáték 2 dobókockával

A játékosok eldöntik, ki kezdi a dobásokat és milyen sorrendben következnek a többiek. (A játék során természetesen a kezdés joga is körbejár.) Mindegyik játékos beteszi belépő tétjét (1 zsetont), majd, ha sorra kerül, és úgy dönt, hogy versenyben marad, akkor további 2 zsetont kell betennie. A kezdő játékostól indulva, a sorrend szerint három kockával egyszer dobnak.

A dobás értéke a három eredményszámból kialakítható legnagyobb szám (legmagasabb házsám). Például 1,5,2 esetén a megjegyzendő érték 521 lesz, amelynél a következő dobónak, ha versenyben akar maradni határozottan nagyobbat kell elérnie. Tehát, a belépő tétet lerovása után a kezdő beteszi a dobásra jogosító további 2 zsetonját, és dob. Eredményének ismeretében a következő játékos szabadon dönt, megvásárolja-e 2 zsetonnal a nagyobb dobás jogát, vagy veszni hagyja eddig betett zsetonjait és így tovább egészen addig, amíg már nem akad "fizető vállalkozó", vagy valamelyik játékos három 6-ost nem dobott.

A szultán parancsa

játék 3-10 játékos részére, két kockával

A legfiatalabb játékos kezd, ő lesz az első szultán. A játékosok két kockával dobnak mindig egyszerre, de a dobás előtt a szultán "megparancsolja"; hogy a dobás összege mennyi legyen. Ez legalább 2, de nem több 12-nél és nem "kérhet" 7-est sem.

Ha a játékos megdobja a kívánt összeget, akkor a szultántól zsetont kap, ha nem sikerül megdobnia, akkor ő "fizet" a szultánnak. Ha valamelyik játékosnak a "parancs végrehajtása" során hetes összeget sikerül kidobnia, akkor azt követően ő lesz a szultán és a játék folytatódik...

Párok és a hetes

kockajáték 3-10 játékos részére, 2 db kockával

A játékosok egyszerre két kockával dobnak, annyiszor, ahányszor csak kívánnak, kivéve, ha a két kockával kidobott érték összege hét. (Amelyik körben hetet dob a játékos, abban a körben nem szerez pontot.)

A parti itt is annyi körből áll, ahányan játszanak.

Amikor két egyformát sikerül dobni (függetlenül annak értékétől), az adott körben addig szerzett pontok duplázódnak. Pl.: az 1+2, 4+6, 2+2, 5+3, 1+1 eredményű, öt egymást követő dobásból álló sorozat pontértéke $((3+10) \times 2 + 8) \times 2 = 68$ lesz, hacsak nem "nullázza ki" eredményét a "mohó dobó" ezután egy hetes összeggel (pl.: 2+5).

A dobások pontértékét játékosonként feljegyzik, a partit a legmagasabb összpontszámot elérő nyeri meg.

Kocsmajáték

A játékhoz készítsünk 12 db kártyát, amelyre felírjuk egyenként a számokat 1 -12 ig. Helyezzük el a kártyákat

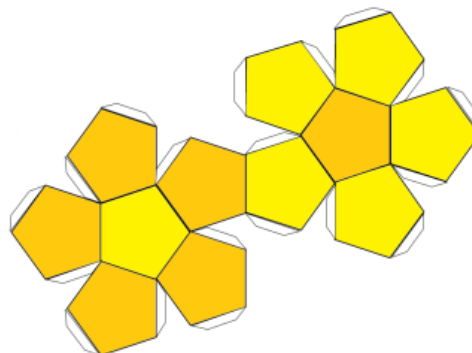
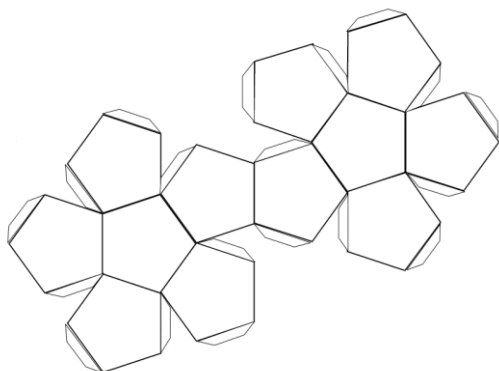
egymás mellé sorban.

Két kockával dobjunk egyszerre, s a dobott számokat adjuk össze! A kapott eredményt bontsuk fel két szám összegére és az ezeknek megfelelő kártyákat fordítsuk le. (Pl.: $6 = 1 + 5$, vagy $6 = 2 + 4$; de $6 = 6 + 0$ is, tehát akár a 6-os kártya önmagában is átfordítható!) A játékos addig dobhat a kockáival, amíg talál megfelelő kártyákat a dobott értékeihez. Ha már a 9; 10; 11; 12-es kártyákat átfordították, akkor a játékos dobhat akár csak

egy kockával is! Ha már nem tud lefordítani kártyákat, akkor összeadják a megmaradt kártyák értékeit. Az nyeri a kört, akinél ez a száma legkisebb.



XII b / Dodekaéder – naptár (a bölcs „kocka”)



Nagyítsd fel számodra megfelelő méretűre ezt a hálót!
Szobád kedves dísz tárgya lehet, ha ráírsz

- 12 telefonszámot, amelyeket bármikor jól esik felhívnod
- 12 dalcímet, amelyet bármikor szívesen meghallgatsz
- 12 bölcs gondolatot
- 12 kedves fotót, amelyek az elmúlt évben készültek (érdekes ráadás lehet, ha a 12 hónap mindegyikéből tudunk egy – egy fotót kiválasztani!)
- 12 jó napindító gondolatot - **Gurítsd el és nézd meg, mi kerül a legfelső lapjára!**
- 12 könnyen elkészíthető finomság nevét/ fotóját/ receptjét
- a hónapokhoz tartozó ünnepeket és születésnapos ismerőseidet
- vagy akár csak a 12 hónapra vonatkozó naptárt
- vagy egy nagy fotóra helyezd rá, másold át a formát, úgy vágd körbe és ragaszd össze!

Kutatási feladat:

XII / K1

Találj ki egy olyan, a számokhoz, matematikai műveletekhez kapcsolódó játékot, amelyben két szabályos (hatoldalú) dobókockát kell használni!



Feladatok

Valószínűesszámitás
3 XII/1.

Két dobókockával dobunk egyszerre és a kidobott értékeket összeadjuk. Ali arra fogad, hogy a kapott összeg 6 lesz, Béla arra fogad, hogy az eredmény 7 lesz és Cili szerint a nyerő szám a 8. Melyiküknek van nagyobb esélye a nyérésre?

Valószínűesszámitás
_ 3_ XII/2.

Ha két szabályos dobókockával dobunk egyszerre, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok szorzata prímszám lesz?

Valószínűesszámitás
_ 3_ XII/3.

Két dobókockával dobunk. Adjunk meg olyan elemi eseményeket, amelyek valószínűsége:

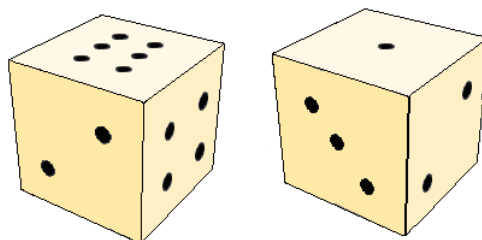
- a.) $1/18$
- b.) $1/12$
- c.) 1
- d.) 0

Valószínűesszámitás
_ 3_ XII/4.

Van két hibás (nem szabályos) dobókockám. Mindkettőn 1,2,3,4,5,6 pötty található a lapokon, de nem a megszokott módon, itt nem feltétlenül 7 a szemközti lapok pöttyeinek összege.

A bal oldali hibás kockának az alsó lapján 3, a hátsó lapján 1 pötty található.

A jobb oldali hibás kocka alsó oldalán 4 pötty van és itt a 3 pöttyös oldallal szemben 6 pöttyöt festettek. Ha a két kezembe fogom ezeket a kockákat, akkor összesen maximálisan hány pöttyöt láthatok?



Alakzatok síkban és térben _ 2_ XII/5.

Egy nagy kockából kivágunk a sarkánál egy kis kockát. A kivágott kiskocka jobb felső elől lévő sarka egybeesik a nagy kocka felső elülső jobb sarkával. Éleik párhuzamosak.

A nagykocka térfogata 1000cm^3 volt, a kiskockáé 216 cm^3 . Mekkora a keletkezett test felszíne?



Megoldások

- 1.) $P(6) = 5/36$; mert $6 = 1+5 = 2+4 = 3+3 = 4+2 = 5+1$ és $P(7) = 6/36$; $P(8) = 5/36$, tehát Béla a legesélyesebb a nyeresre
- 2.) A lehetséges szorzatok között 3 db prím van: 2, 3, 5. Mindegyik kétféleképpen jöhet ki: $2 = 2 \times 1 = 1 \times 2$; $3 = 1 \times 3 = 3 \times 1$; $5 = 1 \times 5 = 5 \times 1$, azaz 6 kedvező esetünk van a $6 \times 6 = 36$ összes lehetőséghez képest. A valószínűség tehát $6/36 = 1/6$.
- 3.)
 - a) A esemény: a dobott számok összege 11, mert $1/18 = 2/36$; a kedvező két eset: $5+6$ vagy $6+5$.
 - b) B esemény: a dobott számok összege páros négyzetszám, mert megfelelő szám a 4, és ez lehet: $4 = 1+3 = 3+1 = 2+2$, tehát $3/36 = 1/12$.
 - c) C esemény lehet: a dobott számok összege nem nagyobb 13-nál.
 - d) D esemény: a dobott számok összege 1.
- 4.) $(6 + 5 + 4) + (6 + 5 + 4) = 30$ pötty látható összesen.
- 5.) A felszín a kivágások miatt nem változott. 1000cm^3 térfogat $6 \times 10 \times 10 = 600\text{ cm}^2$ felszínt jelent.

XIII. Casino

Szegény 13-as! Sok babonás emberben kelt félelmet...

Ezt többféleképpen magyarázzák. A tizenhárom azért lehet „rossz”, mert eggyel több a praktikusán 2-vel, 3-mal, 6-tal osztható, a teljességet kifejező tucatnál, a 12-nél.

A triszkaidekafóbia (azaz a félelem a 13-tól) a vikingekre is hatással lehetett, hiszen Loki, az ármányos istenük a mitológiájuknak a tizenharmadik istene volt.

Hamurappi törvénykönyvéből szintén hiányzik a 13-as törvény, azaz ezek szerint a 13 – hoz kötődő babona már a kereszténység előtt létezett.

A 13 ikerprímje a nála kettővel kisebb szám, a 11.

A 13 a Fibonacci – számok között is megtalálható, a 7. helyen: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...

Hozzon nekünk a 13-as szám sok szerencsét a CASINOnkban!

A téma feldolgozásához a következő lehetőségeket ajánljuk:

DIÁK - CASINO

A diákok a játék elején játékpénzt kapnak. A játékok egy-egy asztalon helyezkednek el, minden játékot egy játékvezető irányít. A gyerekek kipróbálhatják a játékokat; tetszés szerinti sorrendben és azzal a játékkal játszhatnak, amellyikkel kedvük tartja.

A kaszinó befejezéseként a diákok zsetonjaikat ajándékokra / beadandó feladatokra / válthatják át.

Az ajándékok elnyerésének népszerű módja az árverés.

Aki a legtöbb játékpénzt gyűjti össze, az bírja legtovább a licitet, és az viheti el a legértékesebb ajándékot – feladatot. Ezen feladatok helyes megoldásáért „piros pont” vagy ötös jár...

Variációk a téma feldolgozására:

- Az ún. Cirkuszidő tanulási módszer segítségével a diákok a foglalkozás során több játékkal is megismerkednek, valamint a játékokhoz kapcsolódó matematika feladatot is meg kell oldaniuk.
- A diákok megoldják önálló munka során a matematika feladatsort. Utána kipróbálhatják a játékokat, majd megkapják a feladatsort ismét.
- Csak a feladatokat kapják meg.
- Csak játszanak...

A feladatgyűjtemény példái a valószínűségszámítás témaköréből kerültek ki.

CIRKUSZIDŐ – Kooperatív módszer

Alapvető cél, hogy a diákok megadott idő alatt tetszőleges sorrendben elvégezzék a megadott feladatsorozatokat.

Itt most többféle szerencsejátékkal találkoznak a tanulók; van kockával, pénzérmével, szabályos testekkel játszható is.

Óra elején beszéljünk a tanulási célokról (valószínűség és az igazságosság megtapasztalása), és a sorra kerülő feladatokról.

Készítsünk előre egy nagy, áttekintő táblázatot, amelyen vízszintesen a gyerekek neve szerepel, a függőleges oszlopokban pedig a feladatok. Amikor egy diák egy feladatra a tanár megelégedésére válaszol, végez egy feladattal, akkor ezt a tanár bejegyzi a táblázat megfelelő helyére.

Egy hasonló, kicsi táblázatot a diákok kezébe adunk, ezen szerepelnek a játékokhoz tartozó kérdések.

Teremtsünk kihívást: Ki tud egy tanóra alatt legalább 4 feladatra helyes választ adni?

A diákok tetszőleges sorrendben látnak hozzá a feladatokhoz. A tanár körbe jár, nyomon követ, rákérdez, segítséget nyújt. Így a tanulás személyre szabott lehet. A továbbhaladás csak a tanári ellenőrzés után lehetséges.

Lesznek diákok, akik megtervezik a továbbhaladásukat, mások az árral sodródnak. Azt azonban nem engedhetjük meg, hogy feltorlódjanak az egyes állomásokon!

Ez a gyakorlat példa a rendezett, önálló tanulásra, bizonyos fegyelemre szoktatja a diákokat: időbeosztásra és különféle források kezelésére.

Használható ismétlésnél is, itt most játékosan, megtapasztalva juthatnak el új fogalmakhoz, az új játékszabályok pontos megértése pedig jó szövegértési gyakorlat!

A teremben a párosával összetolt padokra helyezzük el a játékszabályokat tartalmazó lapokat és a játékokhoz szükséges kellékeket, a táblára pedig erősítsük fel az értékelő táblázatot.

név	1. feladat	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
Anna													
Bianka													
Elcsi													
Fanni													
Sára													

Áttekintő táblázat

Kombinatorika / valószínűség számítás 3 XIII a / Feladatok

feladat sorszama	a játék neve	a kérdések
1.	Fej vagy írás	Ha háromszor egymás után írást dobtunk egy szabályos pénzérmével, akkor mekkora a valószínűsége, hogy negyedszer is írást dobunk?
2.	Kő-papír-olló	A tapasztalt játékos kiismerheti –e ellenfele nem-véletlenszerű taktikáját?
3.	Szerencsekerék	Négy egyforma dobókockával dobunk, majd a kapott számokat összeadjuk. A 23-as vagy az 5-ös összeget kaphatjuk meg nagyobb valószínűséggel?
4.	Nem kocka dobókockák	Két tetraéderrel dobunk. Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege prím lesz?
5.	Csontocskák (Tallus, taxillus)	A taxillus vajon ugyanolyan valószínűséggel esik a négy oldalára?

6.	Fogadjunk a hatosra!	Képzeljük el, abban fogadunk valakivel, hogy 6-ost dobunk a kockával. Ha valóban 6-ost dobunk, akkor mi nyerünk egy zsetont, ha nem, akkor a zseton a társunkat illeti. Mikor igazságos egy fogadás?
7.	Nagybendőjú Jancsi	Két dobókockával dobunk egyszerre és összeadjuk a dobott számokat. Melyik összeg jön ki nagyobb valószínűséggel, a 3 vagy a 11?
8.	MEX	Két dobókockával egyszerre dobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy olyan számot dobunk, amelyben a tízesek és egyesek megegyeznek egymással?
9.	Száztól ezerig	Háromszor dobunk egymás után egy dobókockával, a kapott számokat egymás után leírva háromjegyű számokat állítunk össze. Milyen valószínűséggel lesznek ezek páros számok?
10.	Mágikus szám	Szabályos dobókockával dobunk. Milyen valószínűséggel kapunk összetett számot?
11.	Snapszer	Mi a valószínűsége annak, hogy egy játékos számára kiosztott 8 lap között pontosan egy ász van?
12.	Bingó	A 30 labdás bingó eseten minimum hányadik húzásnál nyer valaki?
13.	A bűvös ezres	Mekkora lehet az 1000-tól való legkisebb és legnagyobb eltérés? Hányféle értéket dobhatunk? Hányféle eredményünk lehet az összeadások során?

Játékszabály és gyakorló kérdések

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII b

1.CAPITAN AUT NAVIA

Ma is közzismert játék volt a CAPITAN AUT NAVIA, vagyis a fej vagy írás. A római gyerekek olyan pénzdarabot hajigáltak a levegőbe, melynek egyik oldalán a kétarcú Janus volt látható, a másikon pedig egy hajó. Az nyert, aki eltalálta, hogy melyik felével esik lefelé a pénzdarab. Időnként fogadást is kötöttek, hogy a feldobott pénzdarab melyik lapjára esik.

Egy szabályos pénzérmét négyszer egymás után feldobunk. Jelentse az

- a.) eseményt azt, hogy a 4 dobás között legfeljebb egy fej van;
- b.) azt, hogy legalább 3 írás;
- c.) azt, hogy pontosan 3 írás!

Hány elemű halmaz a kísérlethez tartozó eseménytér?

Adjuk meg a kísérletekhez tartozó elemi események halmazát!

Adjuk meg az A) eseményhez tartozó elemi események halmazát!

Adjuk meg a C) esemény valószínűségét!

II) Ha háromszor egymás után írást dobunk egy szabályos pénzérmével, akkor mekkora a valószínűsége, hogy negyedszer is írást dobunk?

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII c

2. KŐ – PAPÍR – OLLÓ

A **kő-papír-olló** játékot két ember játszhatja két olyan kockával, amelyek két – két oldalán olló, kő illetve papír rajza látható;

a kő kicsorbítja az ollót: a kő győz

az olló elvágja a papírt: az olló győz

a papír becsomagolja a követ: a papír győz.

Ha mindkettő kocka ugyanazt mutatja, a játék döntetlen és újat kell dobni.

Aki „jobbat” dobott, az nyer és kap egy zsetont a bankostól.

A játék változata: A játékosok hangosan a kő - papír - olló-t mondják, minden szónál megemelve az ökölbe szorított kezüket. A harmadik szó után, vagy az utána következő ütemben a játékosok kezükkel felveszik a három alakzat egyikét és megmutatják az ellenfelüknek.

Jelzések:

- kő: zárt ököl

- papír: nyitott tenyér

- olló: kinyújtott, szétnyitott mutató és középső ujj

A cél az, hogy olyat mutassunk, amely legyőzi a másikat!

a.) Készítsünk statisztikát:

- mivel kezdenek a játékosok?

- mit mutatnak leggyakrabban?

- milyen jelet dobta a kockajáték során leggyakrabban?

b.) A tapasztalt játékos kiismerheti –e ellenfele nem-véletlenszerű taktikáját?

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII d

3.SZERENCSEKERÉK

A tábla közepére teszi a soron következő játékos a tétet, 1 zsetont. Ezután dob egyszerre 4 kockával.



Összeadják a dobott értékeket, megkeresik a táblán az ennek megfelelő mezőt.

A mezőn olvasható, hogy nyert vagy sem, ill. ha nyert, akkor hány zseton a jutalma.

Pl. nyer, ha 4 db 6-ost, azaz 24-et dob: 24 zsetont.

Pl. nyer, ha 4 db 1-est, azaz 4-et dob: 24 zsetont.

Pl. nyer, ha 23-at dob: 12 zsetont.

Dobott érték (a 4 kocka összege)	Nyert zseton
24 vagy 4	24
23 vagy 5	12
21, 22, vagy 6, 7	6
18, 19, 20, vagy 8, 9	3
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17	Nem nyer

Négy egyforma dobókockával dobunk, majd a kapott számokat összeadjuk. 23-as vagy az 5-ös összeget kaphatunk nagyobb valószínűséggel?

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII e

4. NEM KOCKA DOBÓKOCKÁK

Ki nevet a végén játék során használjuk körönként váltogatva ezeket a szabályos testekből készített dobótesteket!

- a) Mi a valószínűsége annak, hogy páros számot dobunk egy tetraéder alakú dobótestet használva?
- b) Mi a valószínűsége annak, hogy prímszámot dobunk egy tetraéder alakú dobótestet használva?
- c) Két tetraéderrel dobunk. Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege páros lesz?

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII f

5. TALI – négy „kockával”

A tali 4 oldala valamilyen szimbólumokkal volt megjelölve, talán néha római számokkal, és mindegyik oldalnak különböző értéke volt: I, III, IIII, vagy VI. Négy talit dobtak le közepes magasságból a játékasztalra vagy a földre. Különböző pontozási variációk léteztek. Az alábbi táblázat mutatja az egyik pontozási variációt. Döntetlen esetén a pókerhez hasonló szabályok érvényesülnek: egy tripla üt egy párt, de két pár üt egy triplát.

(1,3,4,6): Venus – minden tali különböző oldalára esik

(6,6,6,4): Összesen 22

(6,6,6,3): Összesen 21

(6,6,4,4): Összesen 20

(6,6,6,1): Összesen 19 (magasabb; egy tripla üt egy párt)

(6,6,4,3): Összesen 19

(6,6,3,3): Összesen 18

(6,6,4,1): Összesen 17

(6,6,3,1): Összesen 16

(4,4,4,3): Összesen 15

(6,6,1,1): Összesen 14 (magasabb)

(4,4,3,3): Összesen 14

(4,4,4,1): Összesen 13

(4,4,3,1): Összesen 12

(4,3,3,1): Összesen 11

(4,4,1,1): Összesen 10 (magasabb; két pár üt egy



triplát)

(3,3,3,1): Összesen 10

(4,3,1,1): Összesen 9

(3,3,1,1): Összesen 8

(4,1,1,1): Összesen 7

(3,1,1,1): Összesen 6

(6,x,x,x): Senio – egy hatos, a többi bármi lehet

(6,6,6,6): Keselyűk

(4,4,4,4): Keselyűk

(3,3,3,3): Keselyűk

(1,1,1,1): Kutyák

Kombinatorika / valószínűességszámítás _ 3_ XIII g

6. FOGADJUNK A HATOSRA!

Képzeljük el, abban fogadunk valakivel, hogy 6-ost dobunk a kockával. Ha valóban 6-ost dobunk, akkor mi nyerünk egy zsetont, ha nem, akkor a zseton a társunkat illeti.

Becsüljük meg nyerési esélyeiket!

Mikor igazságos egy fogadás?

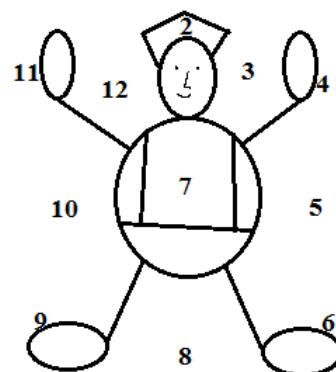
Tényleg mindig a Bank gazdagodik meg?

Kombinatorika / valószínűességszámítás _ 3_ XIII h

7. NAGYBENDŐJŰ JANC SI

A zsoldos katonák kedvelt játéka volt. Az asztalra felrajzoljuk Nagybandőjű Jancsit:

Minden játékosnak négy korongja van. Sorban dobunk két kockával, és a kettős dobás eredményeit összeadjuk, a végeredmény számának megfelelő mezőre korongot kell helyezni, vagy az előzőleg oda lerakott korongot fel kell venni. Aki 7-et dob, az Nagybandőjű Jancsi gyomrába süllyeszti a korongját, onnan ki nem emelhet semmit sem. Aki túladott minden korongján, kiesik. Végül egyetlen játékos győz csak, övé Nagybandőjű Jancsi gyomrának tartalma.



Két dobókockával dobunk egyszerre és összeadjuk a dobott számokat. Melyik összeg jön ki nagyobb valószínűséggel, a 3 vagy a 11?

Ha a kocsmáros „üzemeltetné” a játékot, vajon melyik számot tartaná meg magának?

Kombinatorika / valószínűességszámítás _ 3_ XIII i

8. MEX KOCKA – BAS

Játékosok száma: 3-12

Kellékek: 2db dobókocka; nem áttetsző pohár, vagy valami, amiben / amin úgy lehet dobni, hogy azt más ne lássa;

Szabályok: A játék során a játékosok két kockával dobznak egyszerre. A dobások értéke mindig egy kétjegyű szám lesz: két kockával dobott két számból a nagyobbikat (ha van) tesszük előre, a kisebbiket pedig a végére, a tízes, illetve az egyes helyi értékre. Ha két ugyanakkora számot dobunk, akkor az ezekből álló kétjegyű, azonos számjegyekből álló szám lesz a dobott érték. Ezeket a számokat egyébként a játékban 1-es, 2-es... 6-os bas-nak is nevezhetjük. Ha pl. Anna két 2-est dob, akkor az 22-öt (2-es bast) ér. Sára egy 1-est és egy 2-est dobott, így ő 21-et mond be. Attila 6-osára és 4-esére 64-et fog leolvasni. A kétjegyű számok között valamennyi különböző számjegyből álló számnál többet ér az összes ugyanolyan számjegyből álló szám. A számok erősségi sorrendje: **31, 32, 41, 42, 43, 51, 52, 53, 54, 61, 62, 63, 64, 65, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 21;**

Abban az egy esetben, ha valaki 21-et dob (vagy csak mond), lehet a következőnek ugyanakkorát mondani, mint az előtte lévő, azaz 21-et. A többi esetben szigorúan nagyobbbat kell mondani. Ha valóban 21-et dobott valaki és azt az őt követő játékos nem hiszi el, a kör iránya megfordul, tehát az imént 21-et dobó kezd a dobást csak a másik irányba.

A játék menete: a játékosok körbe ülnek és egymás után dobznak. A szabály: mindig nagyobbbat kell dobni az előzőnél, vagy ha ez nem sikerül, akkor nagyobbbat mondani / blöffölni. Senki se tudja, hogy amit az előtte lévő mondott az dobott szám-e vagy kitalált. Ha tehát Sára gyanakszik, hogy Anna nem azt a számot mondta, amit dobott, akkor Sára megállíthatja a kört, és ekkor Annának meg kell mutatnia, amit dobott. Ha nem „hazudott” akkor Sára veszít 1 pontot, ha igen, akkor szegény Annának lesz 1 ponttal kevesebb. Ezután Sára kezdi az új kört. Ha Sára elhitte volna, amit Anna dob, akkor Anna összerázta volna a kockákat és úgy odaadta volna Sárának a dobásra. Célszerű a dobásokat úgy végezni, hogy azt a dobón kívül más ne lássa.

Íme egy példa:

A 4 játékos: Anna, Sára; Gabi; Zsófi. Anna kezdi a játékot, dob és bemondja a dobott számot: Anna: "51"

Sára: "Elhiszem."- mondja, erre Anna összerázza a kockákat a pohárban és odaadja Sárának, aki dob. "63"- mondja azonnal. A valódi dobás azonban csak 42, ami kevés, tehát blöffölnie kell.

Gabi azonban elhiszi: átveszi és megrázza a kockákat. Erre Sára magában felsóhajt...

"2-es bas"- mondja Gabi a dobása után Zsófinak.

Zsófi: "Nem hiszem el, mutasd!"- kéri, mire Gabi megmutatja a két 2-esét. Zsófi ezzel veszített egy pontot. Ha Gabi pl. 32 -t dobott volna, de 2-es bast mond s Zsófi nem hiszi el, akkor neki veszett volna el 1 pontja.

A pontozás mehet úgy is, hogy, lehet a hibákat számolni, de lehet úgy is játszani, hogy az elején mindenkinek ugyanannyi „élete” van és minden egyes hibáért, elveszít egyet.

Adjuk meg a véletlen jelenség kimeneteleinek halmazát!

Kombinatorika / valószínűségszámítás _ 3_ XIII j

9. SZÁZTÓL EZERIG

Egy játék három körből áll. Mindenki sorban egyet – egyet dob a kockával és az győz, aki a legmagasabb értékű számot írja fel.

A játékos az első két dobás után eldöntheti, hogy a kapott számot melyik helyiértékre (egyes, tízes, száz) írja fel. A harmadik dobás már csak a fennmaradó helyre írható be.

a.) Hányféle különböző háromjegyű számot tudunk felírni?

b.) Mennyi a különbség a felírható legnagyobb és legkisebb számok között?

c.) Mekkora valószínűséggel lesz a számunk páros?

d.) Mekkora valószínűséggel lesz a számunk hárommal osztható?

Kombinatorika / valószínűségyszámítás _ 3_ XIII k

10. MÁGIKUS SZÁM

A helyes jóslás hozza meg a győzelmet...

A játék kezdetén mindenki 10 –10 zsetont kap, a nyertes az, lesz, aki a leghamarabb meg tud szabadulni a zsetonjaitól. A játékosok sorban egymás után dobznak, körönként egyszer.

A játékosoknak a dobásuk előtt meg kell jósolniuk dobásuk eredményét, vagyis meg kell tippelniük, hogy 1-est, 2-st, stb. fognak-e dobni?

Ha a játékos az általa megjósolt számot dobja, akkor az asztal közepére tehet egy zsetont. Ha nem jól tippelt, akkor a „nyakán marad” a zseton.

Mekkora valószínűséggel találhatja el valaki egy dobás eredményét?

Kombinatorika / valószínűségyszámítás _ 3_ XIII l

11. SNAPSZER NÉGYESBEN

24 lapos magyar kártyával játsszák. (A 32 lapos magyar kártya VII és VIII lapjait nem használjuk, így 24 lappal folyik a játék.) Két páros küzd a pontok megszerzéséért. Az osztó jobbán ülő játékos lesz a felvevő, ő hívja meg partnernek a megnevezett lap birtokosát.

Az osztó 3-3 lapot ad mindenkinek. A felvevő a három lap megtekintése után nevezi meg a hívott lapot, majd ismét mindenki 3-3 kártyát kap. A lejátszást a felvevő kezdi. Amíg a partnernek hívott lap tulajdonosa nem válik ismertté, tulajdonképpen rajta kívül senki sem tudja, kivel is alkot párost a felvevő. Erős lap birtokában a felvevő snapszert is bemondhat. Ilyenkor neki és partnerének úgy kell elérni a 66 pontot, hogy az ellenfelek nem szerezhetnek ütést.

A négyes snapszer játszható úgy is, hogy bent hagyjuk mind a 32 lapot; így minden játékosnak 8 – 8 lap jut. Először 4-4 lapot oszt az osztó, s ebből kell a hívónak meghívni a lapot.

a) A kiosztott 4 lap között milyen valószínűséggel talál a hívó pontosan 3 ászt?

b) Mi a valószínűsége annak, hogy az egy játékos számára kiosztott 8 lap között pontosan egy ász van?

Kombinatorika / valószínűségyszámítás _ 3_ XIII m

12. BINGÓ

A 30 labdás bingó gyors bingójáték. 3 x 3-as, tehát 9 mezős kártyán lehet játszani, és egy játék alatt összesen 30 számot húznak ki.

A bingó játék során minden játékos kap egy – már előre elkészített - kártyát, amin számok szerepelnek – ebben az esetben 9 db, 1 és 30 közötti számokból választva. A játékvezető kihúz egy számot, ezt hangosan bemondja, s a játékosok kártyájukon bejelölik azokat a kihúzott számokat, amelyeket megtaláltak a lapjukon. Akinek először húzzák ki az összes számát, az nyer.

Pl. így néz ki egy kártya:

1	17	29
3	25	23
6	28	9

Kombinatorika / valószínűesszámitás _ 3_ XIII n

13. BÚVÖS EZRES

E játékhoz csupán egyetlen dobókockára, papírra és íróeszközre van szükség. A játékot tetszőleges számú játékos játszhatja. A játékosok közül mindenki háromszor dob, amikor sorra kerül, majd ezen dobásokból ki-ki tetszés szerint a legnagyobb háromjegyű számot állíthatja össze. Például, ha valaki 3,5,6 értékeket dobott, akkor 356, 365, 536, 563, 653, 635 számokat alkothatja. Két kör után az a győztes, aki az ily módon csoportosított számait összeadva a legjobban megközelíti az ezret.

Aki többet dob, mint ezer, kiesik a játékból.

A játékba beszálló játékosok minden körben egy – egy zsetont betesznek középre. A nyertes körönként viszi a beadott zsetonokat.

- Mekkora lehet az 1000-tól való legkisebb és legnagyobb eltérés?
- Hányféle értéket dobhatunk?
- Hányféle eredményünk lehet az összeadások során?

Kutatási feladat:

XIII / K1

Tanácsok kezdő szerencsejátékosoknak:

Hogyan töltsünk ki lottó ill. totó szelvényeket? Hány darabot érdemes kitölteni egy héten? Milyen számokkal jó játszani és milyenekkel nem? Mikor örülhetünk az öttalálatos lottószelvényünknek?

Számstatisztika

Játék választása: Ötösloottó

Szám	%	db
1	1.20	179
2	1.01	151
3	1.28	192
4	1.14	171
5	0.95	142
6	1.06	158
7	1.15	172
8	1.00	150
9	1.02	152
10	1.23	184
11	1.14	171
12	1.22	182
13	1.24	185
14	1.05	157
15	1.22	183
16	1.08	161
17	1.02	152

Adja meg a számait

56 6 5 17 8

Lássuk!

Találatok szűrése (dátum alapján)

Összes húzás

Játékhét	Találatok	Eltalált számok
2009. 40. hét	2	6 8
2008. 17. hét	2	56 8
2006. 13. hét	2	56 8
2005. 46. hét	2	56 5
2004. 51. hét	2	17 8
2004. 41. hét	2	5 17
2004. 2. hét	2	56 8
2002. 42. hét	2	17 8
2002. 25. hét	2	56 6
2001. 18. hét	2	5 17

<http://www.szerencsejatek.hu/szamstatisztika>

Feladatok

*Kombinatorika /
valószínűesszámítás*
_ 3_ XIII/1

Ha háromszor egymás után írást dobtunk egy szabályos pénzérmével, akkor mekkora a valószínűsége, hogy negyedszer is írást dobunk?

*Kombinatorika /
valószínűesszámítás*
_ 3_ XIII/2

Négy egyforma dobókockával dobunk, majd a kapott számokat összeadjuk. 23-as vagy az 5-ös összeget kaphatunk nagyobb valószínűséggel?

*Kombinatorika /
valószínűesszámítás*
_ 3_ XIII/3

Két tetraéderrel dobunk. Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege prím lesz?

**Kombinatorika /
valószínűesszámítás _
3_ XIII/4**

A taxillus vajon ugyanolyan valószínűséggel esik a négy oldalára?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/5

*Képzeljük el, abban fogadunk valakivel, hogy 6-ost dobunk a kockával. Ha valóban 6-ost dobunk, akkor mi nyerünk egy zsetont, ha nem, akkor a zseton a társunkat illeti.
Mikor igazságos egy fogadás?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/6

* Három különböző színű dobókockával dobunk, majd a kapott számokat összeadjuk. 9-es vagy 10-es összeget kaphatunk nagyobb valószínűességgel? (Toscana hercegének problémája)

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/7

Egy szabályos dobókockát kétszer egymás után ledobunk, majd a dobások eredményét leírjuk egymás mellé. Mekkora annak a valószínűsége, hogy olyan kétjegyűszámot kapunk, amelynek első számjegye kisebb a másodiknál?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/8

Háromszor dobunk egymás után egy dobókockával, a kapott számokat egymás után leírva háromjegyű számokat állítunk össze. Milyen valószínűességgel lesznek ezek páros számok?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/9

Szabályos dobókockával dobunk. Milyen valószínűességgel kapunk összetett számot?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/10

Mekkora lehet az 1000-tól való legkisebb és legnagyobb eltérés?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/11

A négyes snapszer játszható úgy is, hogy bent hagyjuk mind a 32 lapot; így minden játékosnak 8 – 8 lap jut. Először 4-4 lapot oszt az osztó, s ebből kell a hívónak meghívni a lapot.

a) A kiosztott 4 lap között milyen valószínűességgel talál a hívó pontosan 3 ászt?

b) * Mi a valószínűsége annak, hogy egy játékos számára kiosztott 8 lap között pontosan egy ász van?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/12

Egy iskolai BINGO - játékon 100 választható fogalom szerepelt az algebra; a geometria; a függvénytan; a kombinatorika és a valószínűesszámitás témakörökből.

A 100 fogalmat egymás után egyesével húzták ki. A 100 fogalom közül 33 kapcsolódott a kombinatorikához, 20 pedig a valószínűesszámitáshoz; 6 fogalom mindkettő témához kapcsolható.

a) Mi a valószínűsége; hogy az elsőnek kihúzott szám a kombinatorikához vagy a valószínűesség- számításhoz kapcsolódik?

b) Mi a valószínűsége; hogy az elsőnek kihúzott szám a kombinatorikához és a valószínűesség- számításhoz is kapcsolódik?

c) Mi a valószínűsége; hogy az elsőnek kihúzott fogalom sem a kombinatorikához sem a valószínűesség- számításhoz nem kapcsolódik?

Egy összejövetelen tombolajegyeket lehetett venni. 150 tombolát osztottak ki, amelyekkel 15 ajándékot lehetett nyerni. Hányszorosára nő a nyerési esély, ha valaki két tombolajegyet vesz egy helyett?

**Kombinatorika /
valószínűesszámitás**
_ 3_ XIII/13

Megoldások

- 1.) Egy pénzérme feldobásakor a fej és az írás esélye 50%-50%, szemléletesebben írva $1/2$ (az esetek felében fej, a másik felében írás következik be). Annak az esélye, hogy kétszer egymás után írást dobunk $1/2 \times 1/2 = 1/4$ annak, hogy háromszor: $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$. Klasszikus kérdés: ha háromszor egymás után írást dobtunk, mekkora a valószínűsége, hogy negyedszer is írást dobunk? A helyes válasz $1/2$, hiszen a pénzfeldobás, amiről beszélünk, nem függ a korábban bekövetkező eseményektől.

A tévedésbe eső személy azt feltételezi, hogy a következő dobásnál a fej valószínűsége nagyobb, mint $1/2$, mivel a nagy számok törvénye alapján azonos számú fej és írás eredménynek kell születnie.

2.)

a dobott számok összege 23 A esemény	elemi események száma	a dobott számok összege 5 B esemény	elemi események száma
6+6+6+5	4	1+1+1+2	4

összes eset: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ (mintha 4 különböző színű dobókockával dobnánk)

$$P(A) = 4 / 1296$$

$$P(B) = 4 / 1296$$

egyforma valószínűséggel kapjuk.

- 3.) Prímet ad összegül:

1+1; 1+2; 1+4;

2+1; 2+3;

3+2; 3+4;

4+1; 4+3 tehát 9 a kedvező esetek száma.

Az összes esetek száma pedig: $4 \cdot 4 = 16$.

A keresett valószínűség: $9/16$.

- 4.) Nem, hiszen nem egyformák az oldalai.

- 5.) Sok játék után azt tapasztalhatjuk, hogy 5-ször annyi esetben veszítünk, mint ahányszor nyerünk. (Számunkra csak a 6-os dobás kedvező, az 1-5-ig dobott 5 szám pedig kedvezőtlen!) Tehát, hogy nekünk ne legyen veszteséges a játék, az kell, hogy a mi nyereményünk ötszöröse legyen ellenfelünk nyereményének. 6-os dobás esetén 5 zsetont nyerünk, 1,2,3,4,5-ös számok esetén ellenfelünk kap 1 zsetont.

Ha pl. 60-szor dobunk, akkor a tapasztalat szerint kb. 10 esetben dobunk 6-ost, de 50 alkalommal más értéket. Ha a „papírforma” jön be, akkor ellenfelünk nyereménye $50 \cdot 1$ zseton = 50 zseton, a miénk pedig $10 \cdot 5$ zseton, ez is annyi.

6.)

a dobott számok összege 9 A esemény	elemi események száma	a dobott számok összege 10 B esemény	elemi események száma
1+2+6	6	1+3+6	6
1+3+5	6	1+4+5	6
1+4+4	3	2+2+6	3
2+2+5	3	2+3+5	6
2+3+4	6	2+4+4	3
3+3+3	1	3+3+4	3
6	25	6	27

összes eset: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ (3 színű dobókockával dobunk)

$$P(A) = 25 / 216$$

$$P(B) = 27 / 216$$

7.)

Adjuk meg a véletlen jelenség kimeneteleinek halmazát!

(1;1) (1;2) (1;3) (1;4) (1;5) (1;6)

(2;1) (2;2) (2;3) (2;4) (2;5) (2;6)

(3;1)

(4;1)...

b) Egy szabályos dobókockát kétszer egymás után ledobunk, majd a dobások eredményét leírjuk egymás mellé. Mekkora annak a valószínűsége, hogy olyan kétjegyűszámot kapunk, amelynek első számjegye kisebb a másodikonál?

Legyen a vizsgált esemény: A. Az elemi eseménytér elemi eseményei olyan számpárok, amelyeknek első számjegye az első dobott szám (vagy ha kétféle színűvel dobunk, akkor az egyik színű); második pedig a másodikonak kidobott szám?

Az eseményteret $6 \cdot 6 = 36$ elemi esemény alkotja. Mind a 36 eseménynek ugyanannyi a valószínűsége.

$5+4+3+2+1=15$ elemi esemény valósítja meg az A) eseményt

$$P(A) = 15 / 36 = 5 / 12$$

$$8.) \frac{6 \cdot 6 \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 0,5$$

9.) Kedvező dobás: 4,6

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

10.) legkisebb eltérés: 0, pl.: $1000 - (336 + 664) = 0$ vagy $1000 - (334 + 666) = 0$

legnagyobb eltérés: 778; $1000 - (111 + 111) = 778$

11.)

a) 4 lapot kap először. Ha pontosan 3 ász van, akkor 1 lap biztosan nem az. Tehát a 4 ászból 1-et kapott meg és a 28 nem ász lapból 1-et.

$$\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{1}$$

- b) 8 lapot kap összesen. Ha pontosan egy ász van, akkor 7 biztosan nem az. Tehát a 4 ászból 1-et kapott meg és a 28 nem ász lapból 7-et:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{28}{7}$$

12.)

- a) Ennek a valószínűsége, hogy az elsőnek kihúzott fogalom megfelelő:

$$(33 + 20 - 6) / 100 = 0,47$$

- b) $6 / 100$

c) $1 - / 100 - (33 + 20 - 6) / 100 = 1 - 0,47 = 0,53$

13.) Ha egy szelvényünk van, akkor a nyerési esély: $15 / 150$

150 szelvény közül 15 –öt „150 alatt az 15” számítási móddal tudjuk kiszámolni – ez az összes esetek száma.

Ha adott a két szelvényünk, akkor nyerünk, ha ezek közül kihúzzák valamelyiket. Tehát a valószínűség ilyen arányban változott:

$$\frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{150}{13} + \binom{2}{1} \cdot \binom{150}{14}}{\binom{150}{15}}$$